首都师范大学

为学为师 求实求新

# 深度学习应用与工程实践
# 4. 卷积神经网络
# 4. Convolutional Neural Networks

李冰

Bing Li

Tenure-track Associate Professor

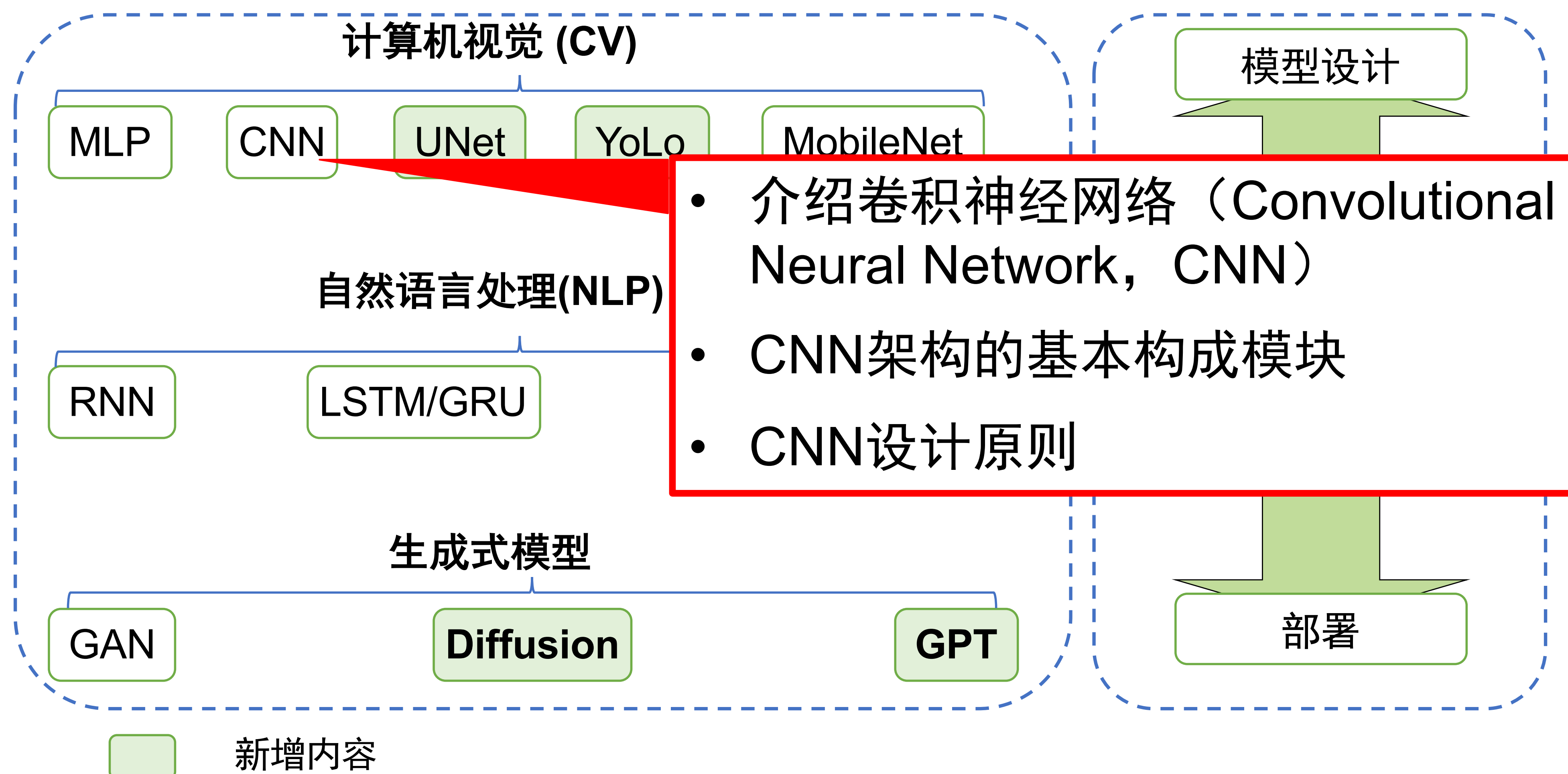
Academy of Multidisciplinary Studies

Capital Normal University

# 回顾

- 从传统机器学习到深度学习
  - 传统机器学习方法
  - 为什么深度学习必要
  - 深度学习种类
  - 深度学习的应用
- Numpy和Pytorch
  - 安装使用—Anaconda
  - 入门---数据类型、基本计算

# 这节课内容



# 教材和软件框架

1.动手学深度学习pytorch

作者: 阿斯顿·张（Aston Zhang） / 李沐（Mu Li） / [美] 扎卡里·C. 立顿（Zachary C. Lipton） / [德] 亚历山大·J. 斯莫拉（Alexander J. Smola）

2.深度学习 (2016),

作者: [美] 伊恩·古德费洛 / [加] 约书亚·本吉奥 / [加] 亚伦·库维尔

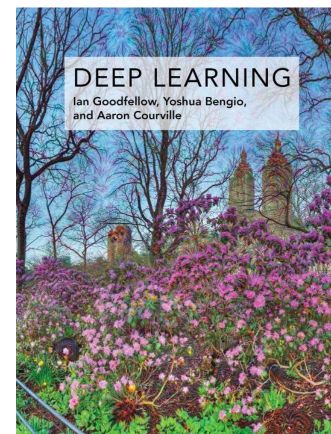
3.深度学习入门-基于Python的理论与实现,

作者: [ 日] 斋藤康毅

4. 机器学习

作者：周志华，清华大学出版社，2016.

- 推荐下载使用Pytorch (https://pytorch.org/)

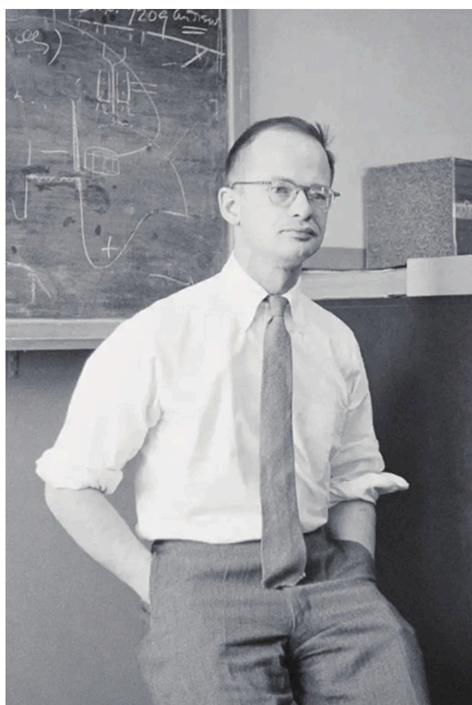


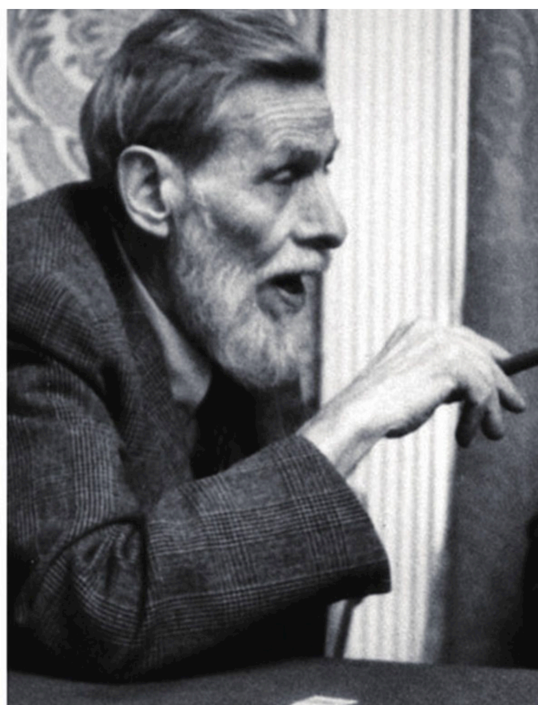
# 深度学习模型

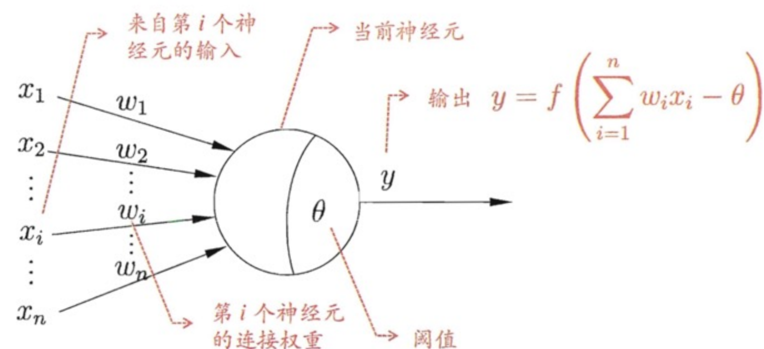
- 历史
- 定义/模型结构
- 学习算法

# Perceptron 感知机

- 1943, 沃伦·麦卡洛克和沃尔特·皮茨创造了一种神经网络的计算模型。








沃尔特·皮茨（1923-1969）

沃伦·麦卡洛克（1898-1969）

# Perceptron 感知机

- 1943, 沃伦·麦卡洛克和沃尔特·皮茨创造了一种神经网络的计算模型。
- 1957年,弗兰克·罗森布拉特发明的二元线性分类器，在IBM 704机上完成了感知机的仿真。
- 1959后，弗兰克·罗森布拉特成功实现了能够识别一些英文字母、基于感知机的神经计算机——Mark1.

# Perceptron 感知机

- 1943, 沃伦·麦卡洛克和沃尔特·皮茨创造了一种神经网络的计算模型。
- 1957年,弗兰克·罗森布拉特发明的二元线性分类器，在IBM 704机上完成了感知机的仿真。
- 1959后，弗兰克·罗森布拉特成功实现了能够识别一些英文字母、基于感知机的神经计算机——Mark1.
- 1969年，马文·明斯基和西摩尔·派普特指出了感知机不能解决XOR等线性不可分问题。
- 20世纪80年代，人们认识到多层感知机及反向传播算法的能力，人工神经网络领域发展才有所恢复。
- 1998之后的研究表明感知机除了二元分类，也能应用在较复杂、被称为structured learning类型的任务上（Collins, 2002），和大规模机器学习问题上（McDonald, Hall and Mann, 2011）。

**感知器是最简单形式的前馈式人工神经网络。**

Source of Images: Frank Rosenblatt, ~1957: Perceptron

# Perceptron

- 感知机的定义:
- $$f(x)=\begin{cases}1 & \text{if } w^T x + b > 0 \\ 0 & \text{else}\end{cases}$$

$W$：权重

$b$：偏置，一个常数

$W^T x$：点积

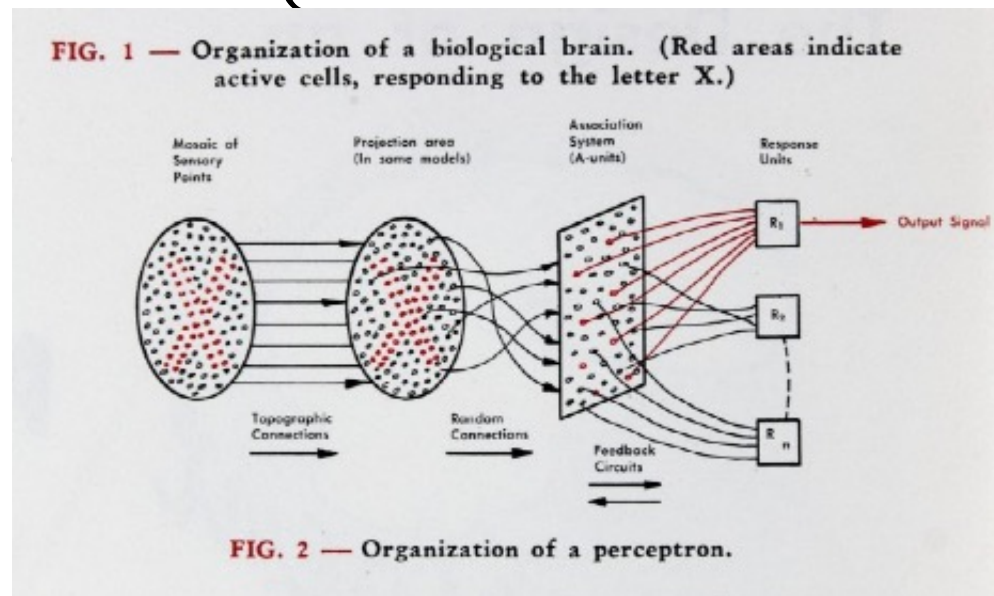
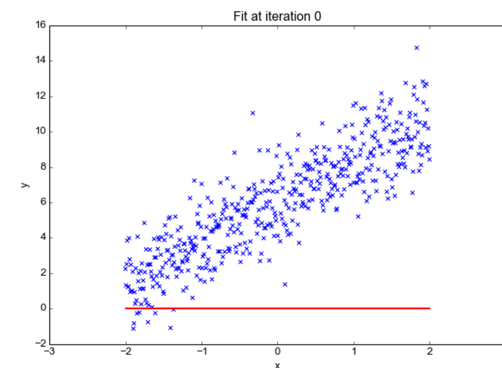


FIG. 2 — Organization of a perceptron.

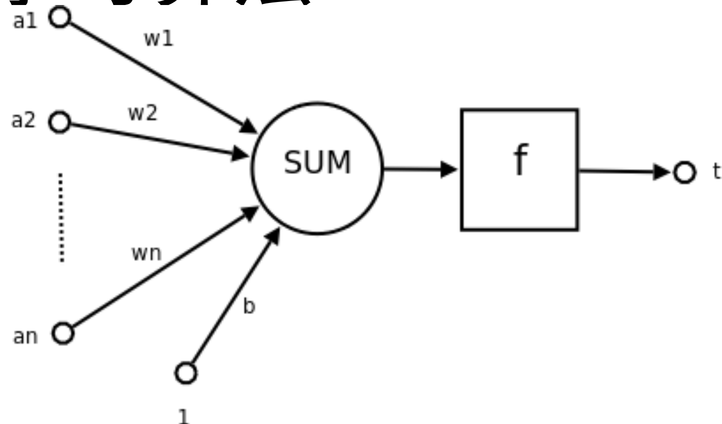
机




$w^T x + b = 0$ 确定一个超平面，在超平面一侧，输出值为1，在超平面另一侧，输出为0，将输入分为两类。

# Perceptron

- 学习算法




$x_j$表示n维输入向量中的第$j$项
$w_j$表示权重向量中的第$j$项
$f(x)$表示神经元接受输入 $x$产生的输出
$\alpha$是个常数，符合$0 < \alpha \leq 1$
假定$b = 0$

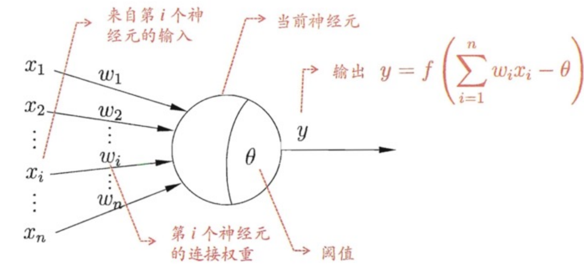
通过对所有训练实例进行多次的迭代进行更新完成学习

训练集$D_m = \{(x(1), y(1),), (x(2), y(2)) \cdots (x(m), y(m))\}$，对其中的每个$(x, y)$对，

$$w_j := w_j + \alpha\big(y - f(x)\big)x_j, \quad (j = 1, \ldots, n)$$

如果训练集是线性分隔的，那么感知器算法可以在有限次迭代后收敛，否则不保证收敛。

# Perceptron



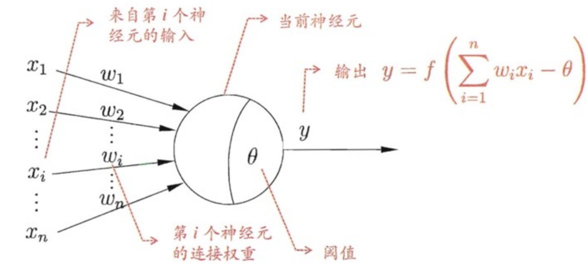

$$y = w^T x + b$$

```
#1. Linear Function
import torch
import torch.nn as nn

m = nn.Linear(in_features=32, out_features=1)
in_data = torch.randn(128, 32)
output = m(in_data)
```

```
#2 Step Function
step_output = torch.heaviside(m(in_data), torch.FloatTensor([0]))
```

$$haviside(input, values) \begin{cases} 0, & if\ input < 0 \\ values, & if\ input = 0 \\ 1 & if\ input > 0 \end{cases}$$

# Perceptron

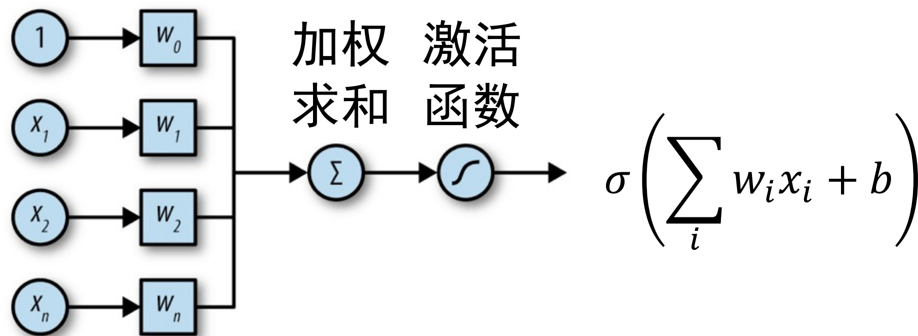


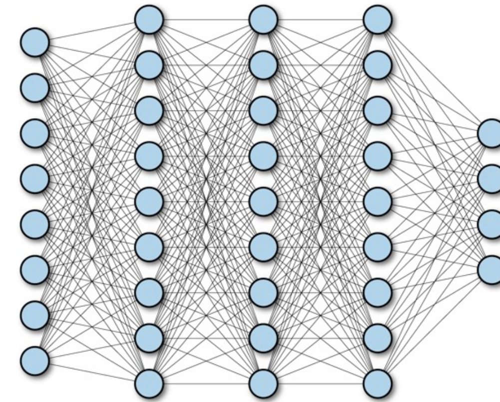

$$y = w^T x + b$$

```python
class Perceptron(nn.Module):
    """
    Perceptron
    """
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.layer = nn.Sequential(
        nn.Linear(32, 1))

    def forward(self, x):
        x = self.layer(x)
        output = torch.heaviside(x, torch.tensor([0.0]))
        return output
```

$$haviside(inpiut, values)\begin{cases} 0, & if\ input < 0 \\ values, & if\ input = 0 \\ 1 & if\ input > 0 \end{cases}$$

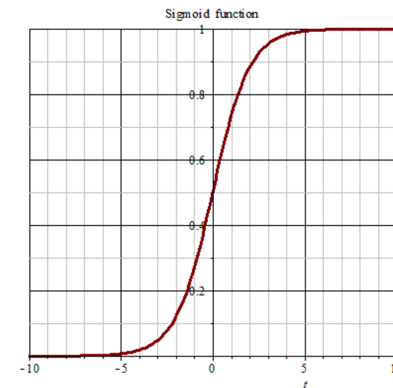
# MLP(Mutilayer Perceptron)



- 激活函数：
  - 可微，S函数，如逻辑函数

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

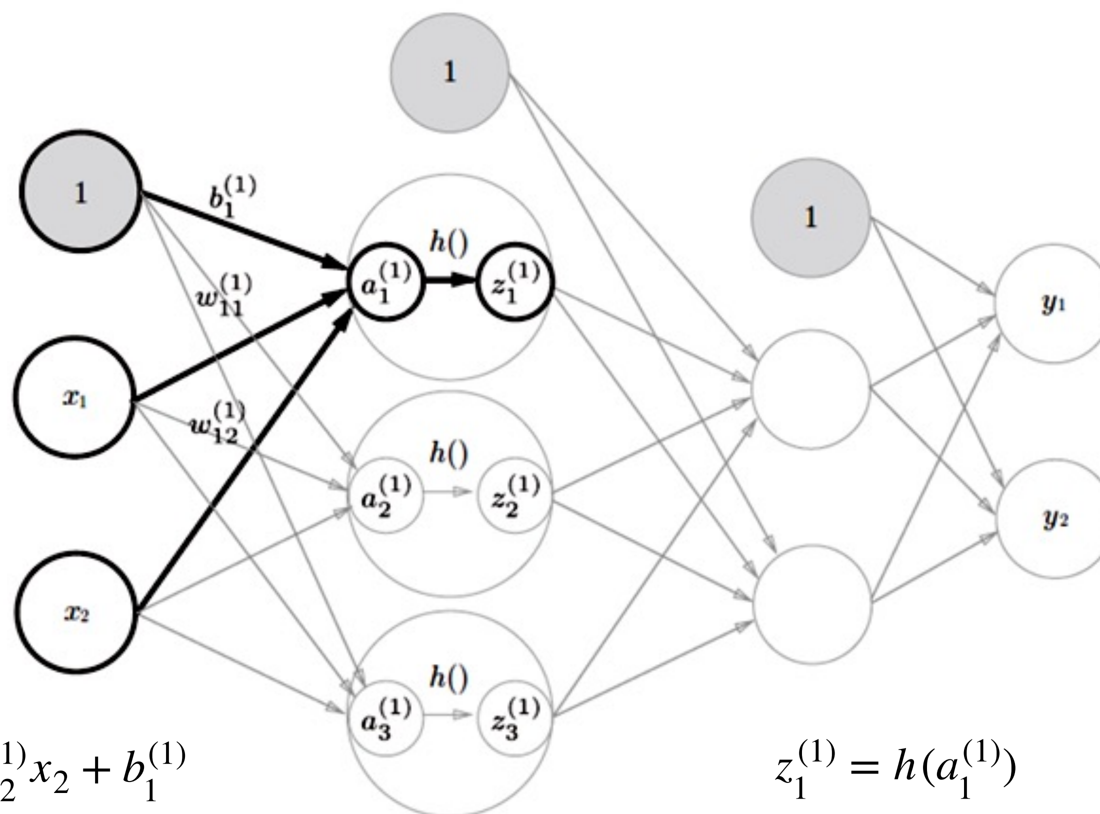



- 层数
  - 一个输入层和输出层，一个或者多个隐藏层
  - 多层之间完全互连
- 学习算法：反向传播学习算法
- 克服感知机线性不可分的问题。

# 前向传播

输入层　　中间层　　输出层

前向传播



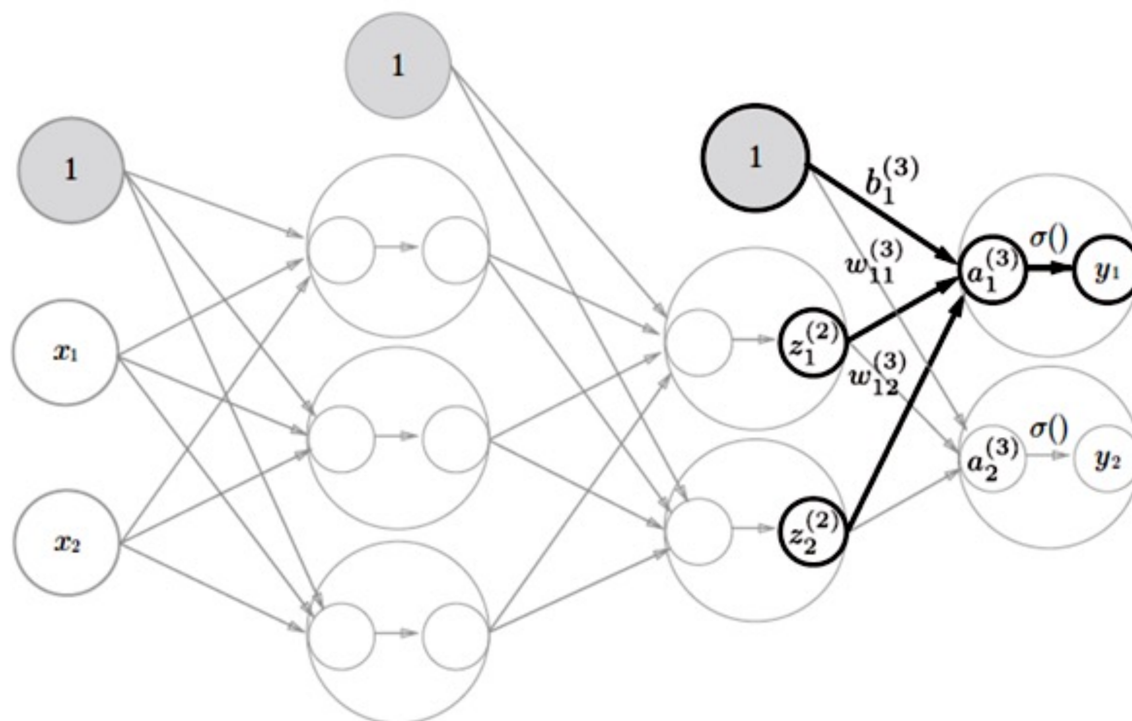

$$a_1^{(1)} = w_{11}^{(1)}x_1 + w_{12}^{(1)}x_2 + b_1^{(1)}$$
$$a_2^{(1)} = w_{21}^{(1)}x_1 + w_{22}^{(1)}x_2 + b_1^{(1)}$$
$$a_3^{(1)} = w_{31}^{(1)}x_1 + w_{32}^{(1)}x_2 + b_3^{(1)}$$

$$z_1^{(1)} = h(a_1^{(1)})$$
$$z_2^{(1)} = h(a_2^{(1)})$$
$$z_3^{(1)} = h(a_3^{(1)})$$

# 前向传播

输入层　　中间层　　输出层

前向传播



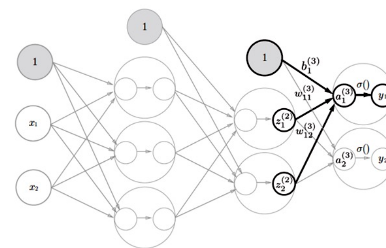

$$a_1^{(3)} = w_{11}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{12}^{(3)} z_2^{(2)} + b_1^{(3)}$$

$$a_2^{(3)} = w_{21}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{22}^{(3)} z_2^{(2)} + b_2^{(3)}$$

$$y_1 = \sigma(a_1^{(3)})$$

$$y_2 = \sigma(a_2^{(3)})$$

# 反向传播



第j 个输出节点的误差 $d_j - y_j$ ， 其中$d$是目标值

$$a_1^{(3)} = w_{11}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{12}^{(3)} z_2^{(2)} + b_1^{(3)}$$
$$a_2^{(3)} = w_{21}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{22}^{(3)} z_2^{(2)} + b_2^{(3)}$$
$$y_1 = \sigma(a_1^{(3)})$$
$$y_2 = \sigma(a_2^{(3)})$$

反向传播的目标是最小均方差 $$E = \frac{\sum_j (d_j - y_j)^2}{n}$$

$$\partial w_{jk} = \frac{\partial E}{\partial w_{jk}} = \frac{\partial E}{\partial a_j} \frac{\partial a_j}{\partial w_{jk}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial a_j}$$

$$\frac{\partial a_j}{\partial w_{jk}} = \frac{\partial \sum_q^m (z_q w_{qk} + b_j)}{\partial w_{jk}} = z_k$$

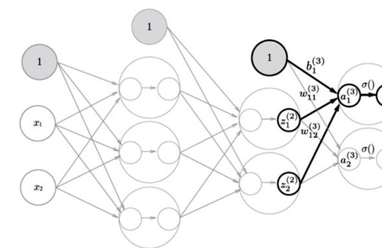
写作下面的形式

$$\delta_j = \frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial a_j}$$

$$\partial w_{jk} = \delta_j z_k$$

权重梯度可以用$z$和$\delta$的乘积表示

# 反向传播



$$a_1^{(3)} = w_{11}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{12}^{(3)} z_2^{(2)} + b_1^{(3)}$$

$$a_2^{(3)} = w_{21}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{22}^{(3)} z_2^{(2)} + b_2^{(3)}$$

$$y_1 = \sigma(z_1^{(3)})$$

$$y_2 = \sigma(z_2^{(3)})$$

## 输出层偏置梯度

$$\partial b_j = \frac{\partial E}{\partial b_j} = \frac{\partial E}{\partial a_j} \frac{\partial a_j}{\partial b_j}$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial a_j}$$

$$\frac{\partial a_j}{\partial b_j} = \frac{\partial \sum_q^m (z_q w_{qk} + b_j)}{\partial b_j}$$

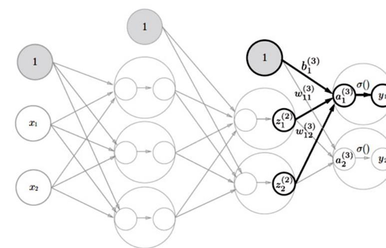
$$= 1$$

$$\delta_j = \frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial a_j}$$

$$\partial b_j = \delta_j$$

偏置梯度与 $\delta$ 相同

# 反向传播



$$a_1^{(3)} = w_{11}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{12}^{(3)} z_2^{(2)} + b_1^{(3)}$$

$$a_2^{(3)} = w_{21}^{(3)} z_1^{(2)} + w_{22}^{(3)} z_2^{(2)} + b_2^{(3)}$$

$$y_1 = \sigma(z_1^{(3)})$$

$$y_2 = \sigma(z_2^{(3)})$$

## 输出层输入梯度

$$\partial z_k = \frac{\partial E}{\partial z_k} = \sum_{r=1}^{n} \frac{\partial E}{\partial a_r} \frac{\partial a_r}{\partial z_k}$$

$$\delta_r = \frac{\partial E}{\partial a_r} = \frac{\partial E}{\partial y_r} \frac{\partial y_r}{\partial a_r}$$

$$\frac{\partial a_r}{\partial z_k} = \frac{\partial \sum_q^m (z_q w_{rq} + b_r)}{\partial z_k} = w_{rk}$$

$$\partial z_k = \frac{\partial E}{\partial z_k} = \sum_{r=1}^{n} \delta_r w_{rk}$$

# 反向传播

- 输出层的梯度总结

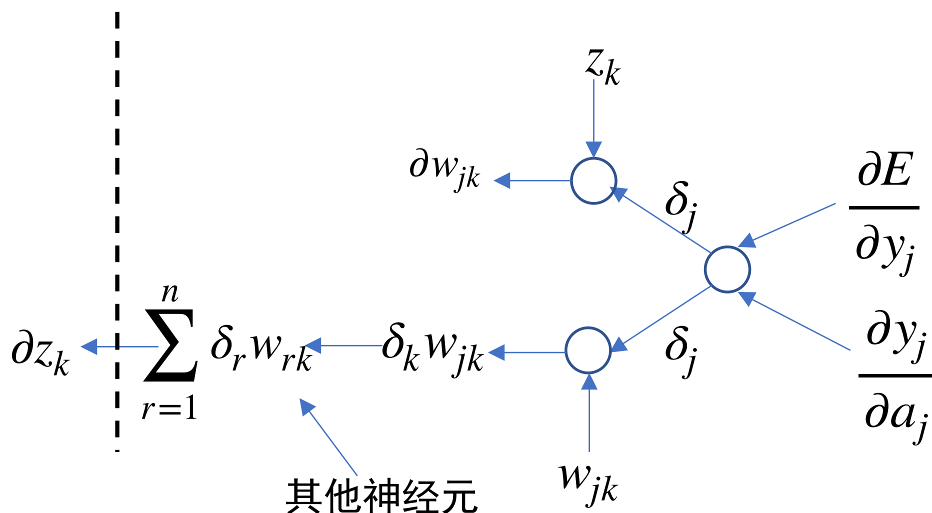
$$\delta_j = \frac{\partial E}{\partial a_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j}\frac{\partial y_j}{\partial a_j}$$ 激活误差

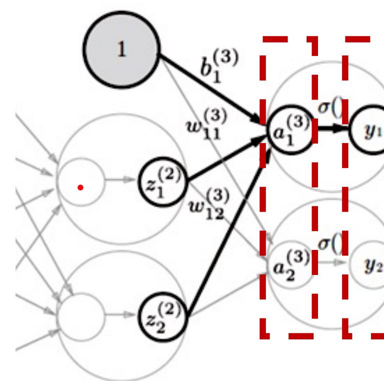
$$\partial w_{jk} = \delta_j z_k$$ 权重梯度

$$\partial b_j = \delta_j$$ 偏置梯度

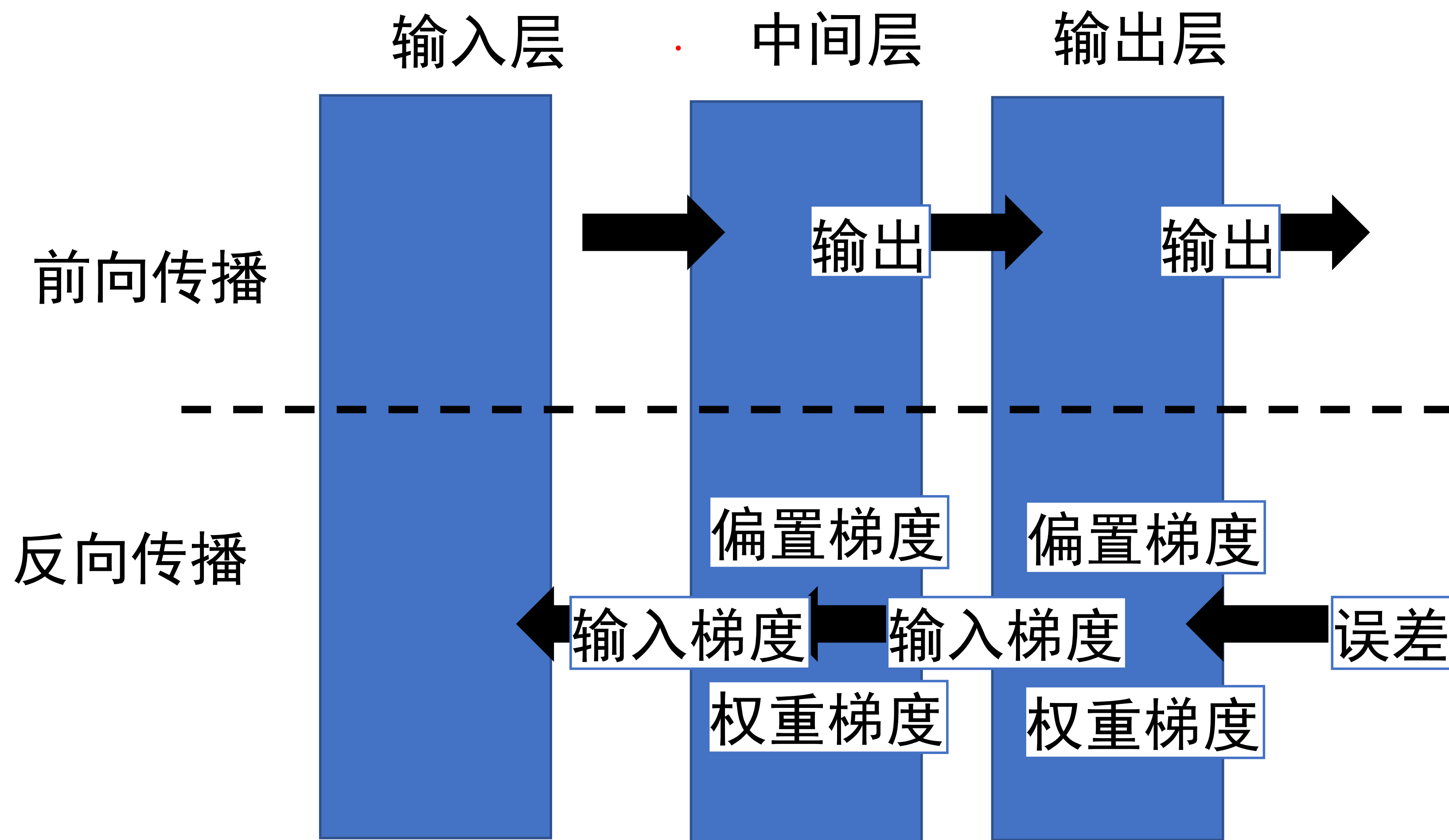
$$\partial z_k = \frac{\partial E}{\partial z_k} = \sum_{r=1}^{n} \delta_r w_{rk}$$ 输入梯度

激活误差与对应权重的乘累加



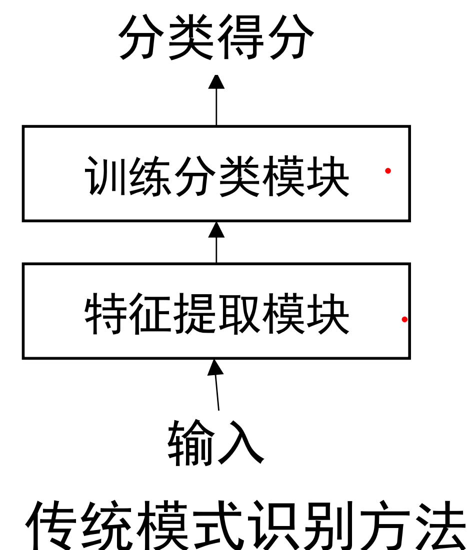
# 反向传播



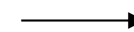
# CNN 开始之前

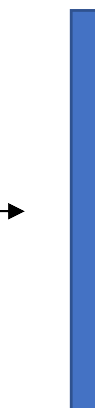
传统的图像识别模型应用**特征提取**的方法用来压缩特征维度

- 光学字符识别OCR (Optical character recognition)
- 主成分分析PCA (Principle component analysis)
- 径向基函数RBF (Radial basis function)
- 启发式方法HOS (Heuristic over segmentation)
- …




但这些方法忽视输入特征中的拓扑和区域相关性信息



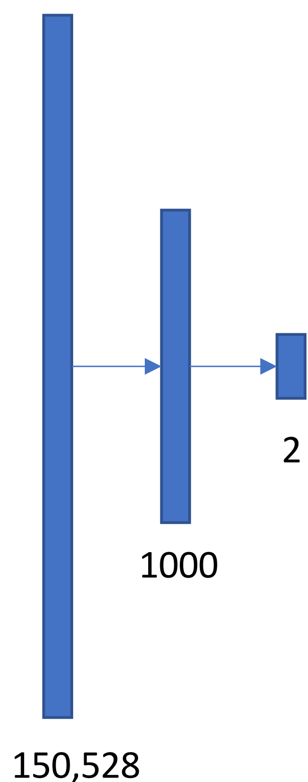


224x224x3

150528x1

# CNN 开始之前

- 一个224×224×3 图像变为 1D 数组 (1×150528).
- 对于一个全连接网络，隐藏层有1000个神经元：




全部神经元数目是=
(150528+1) ∗ 1000 + (1000+1) ∗ 2 = 150M

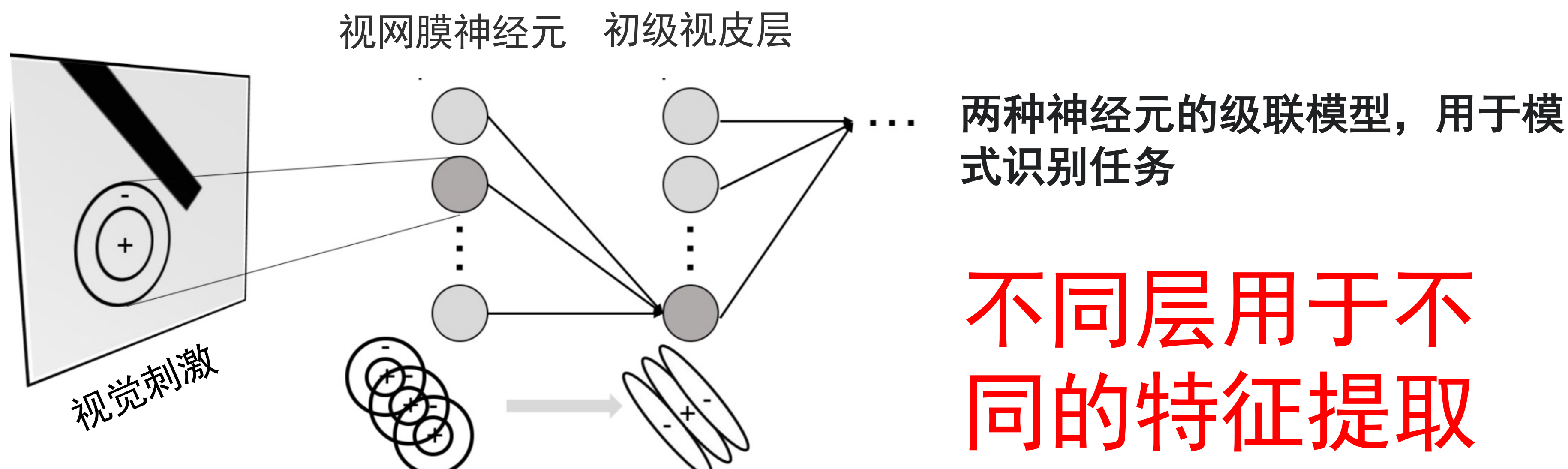
把图像展开成 1D 向量也会丢掉图片中像素点的空间信息.

# CNN 开始之前

## 层次化结构

1968年，D.H. Hubel et al. 确定了大脑中两种基本神经元： 简单神经元和复杂神经元；后来又找到了超复杂神经元.

- 简单神经元: 对特定位置移动的定向边缘做出响应，光线朝向。
- 复杂神经元: 对光线朝向和移动做出响应.
- 超复杂神经元: 对移动、方向和长度、有端点的移动做出响应.



# CNN 开始之前

## 感受野（Receptive Field）：搜集一个区域的信息

- 休波尔和威塞尔发现猫和猴的视觉皮层包含不同神经元，它们对视野的小部分区域做出响应。
- 单个神经元仅在视野限定的区域（称为感受野）中对刺激做出反应.

视觉皮层提取并收集区域信息。

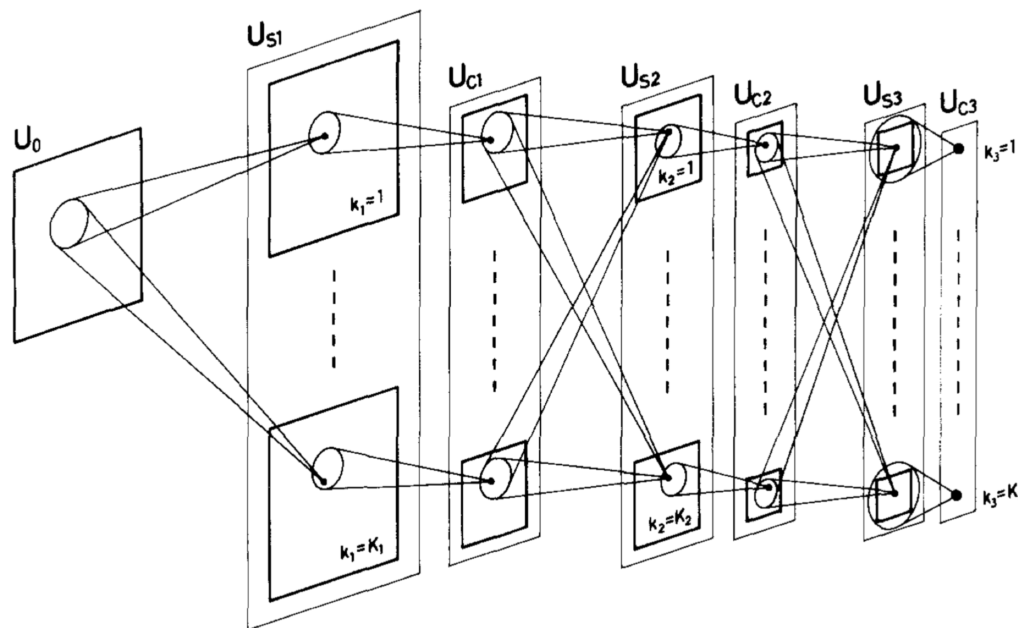
- 不同神经元的感受野部分重叠，这样覆盖了整个视野。

神经元检索到的信息可能重叠。

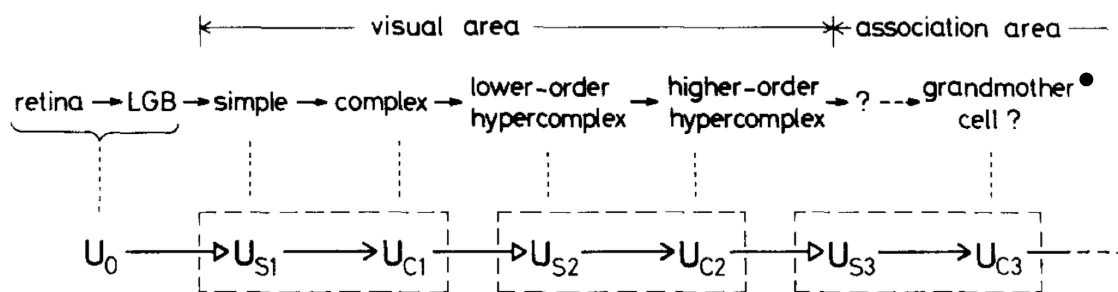
局部连接　　　　不同神经元

D.H. Hubel等博士1962年发表的一篇文献: “Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat‘s visual cortex ”

# CNN 开始之前




S->C: 转换不变层;
C->S: 可修改的可训练层以提取特征




## Neocognitron新认知机

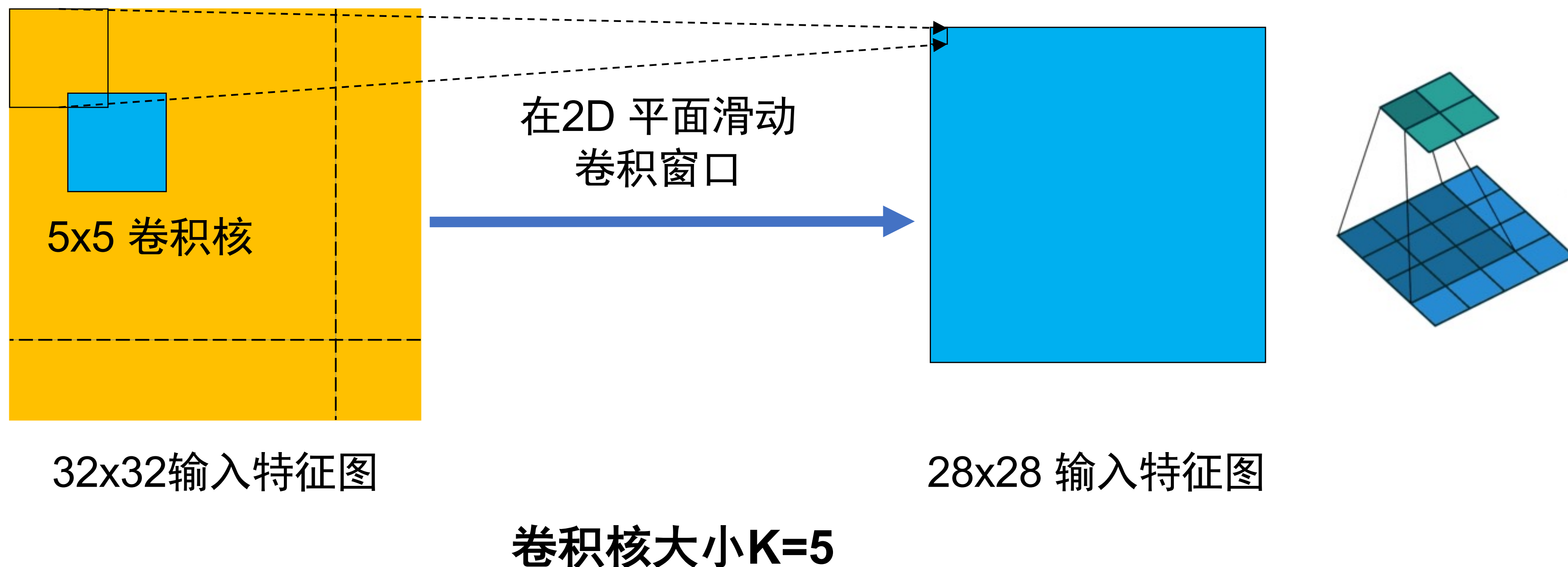
- 福岛邦彦
- "Neocognitron: A self-organizing neural network model for a mechanism of pattern recognition unaffected by shift in position.” (1980)
- S-C-S-C-S-C 结构
  - 简单单元(S): 有可训练的参数
  - 复杂单元(C): 执行下采样（down-sampling)来提取信息并不被更新
- 早期的卷积神经网络结构

# CNN

- 卷积层 (Convolution)
- 池化层/汇聚层（Pooling）

# 卷积

- 假设输入图通道数是1，大小是32x32，在上面施加一个蓝色卷积核.
- 卷积在输入特征图上滑动计算。
- 每一步，卷积核和它连接的那一小块输入区域做点积计算。



# 卷积

- 图像有三个通道 (对应R,G,B)
- 把蓝色 卷积核拓展为3D卷积核 延伸到输入特征图的深度 (Depth=3).
- 卷积核在图像上空间移动，并计算卷积核与对应输入特征图的点积，得到输出特征图.

不同神经元

Original image (RGB)

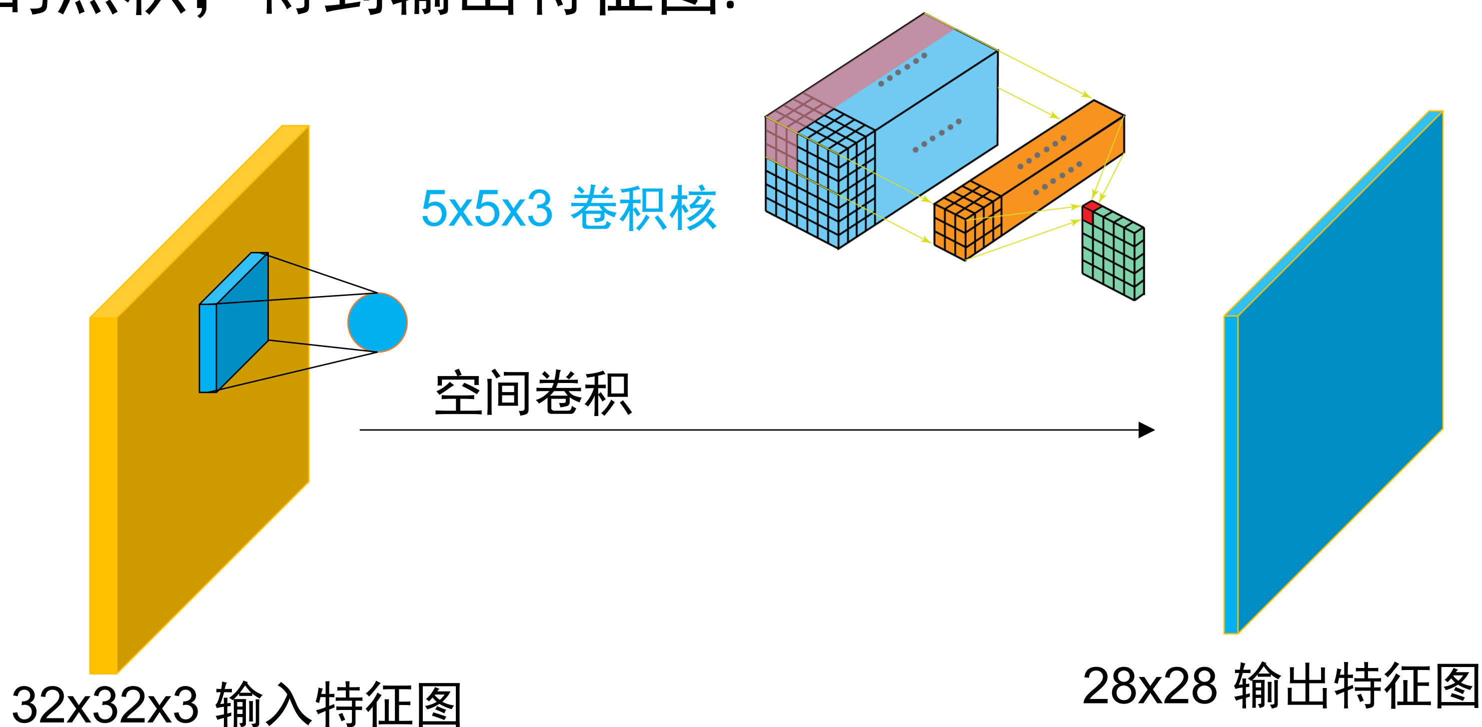
R channel

G channel

B channel

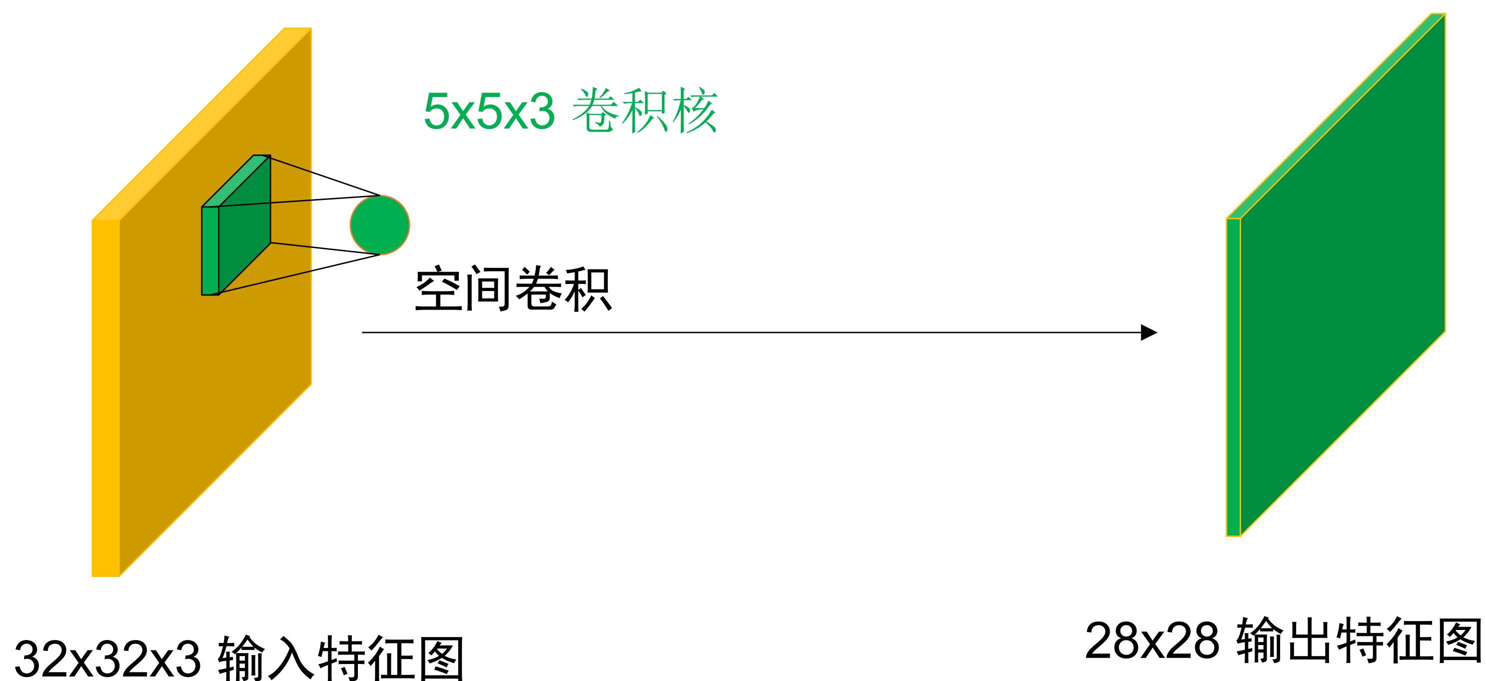
# 卷积

- 图像有三个通道 (对应R,G,B)
- 把蓝色 卷积核拓展为3D卷积核 延伸到输入特征图的深度(Depth=3).
- 卷积核在图像上空间移动，并计算卷积核与对应输入特征图的点积，得到输出特征图.



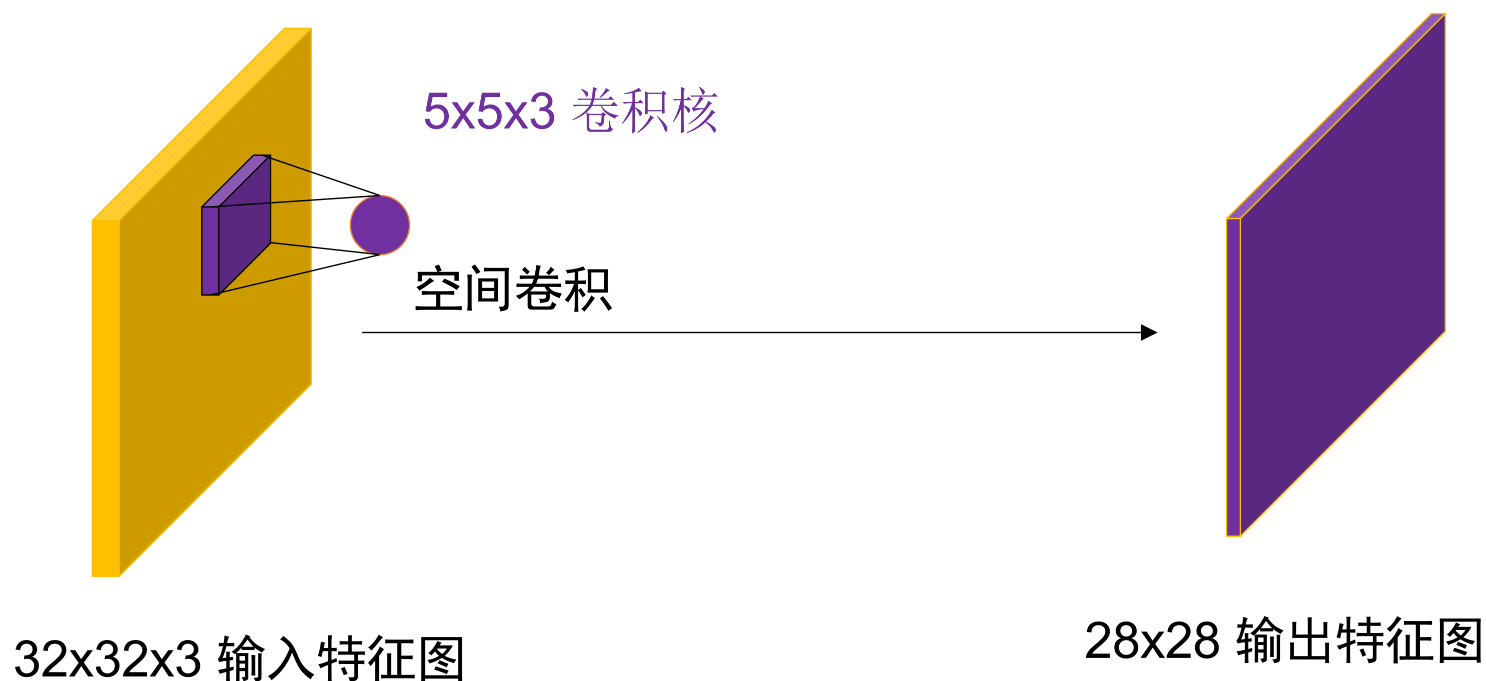
# 卷积

- 另一个 三维 绿色 卷积核在输入特征图上计算卷积.
- 移动这个绿色卷积核，得到一个输出特征图.



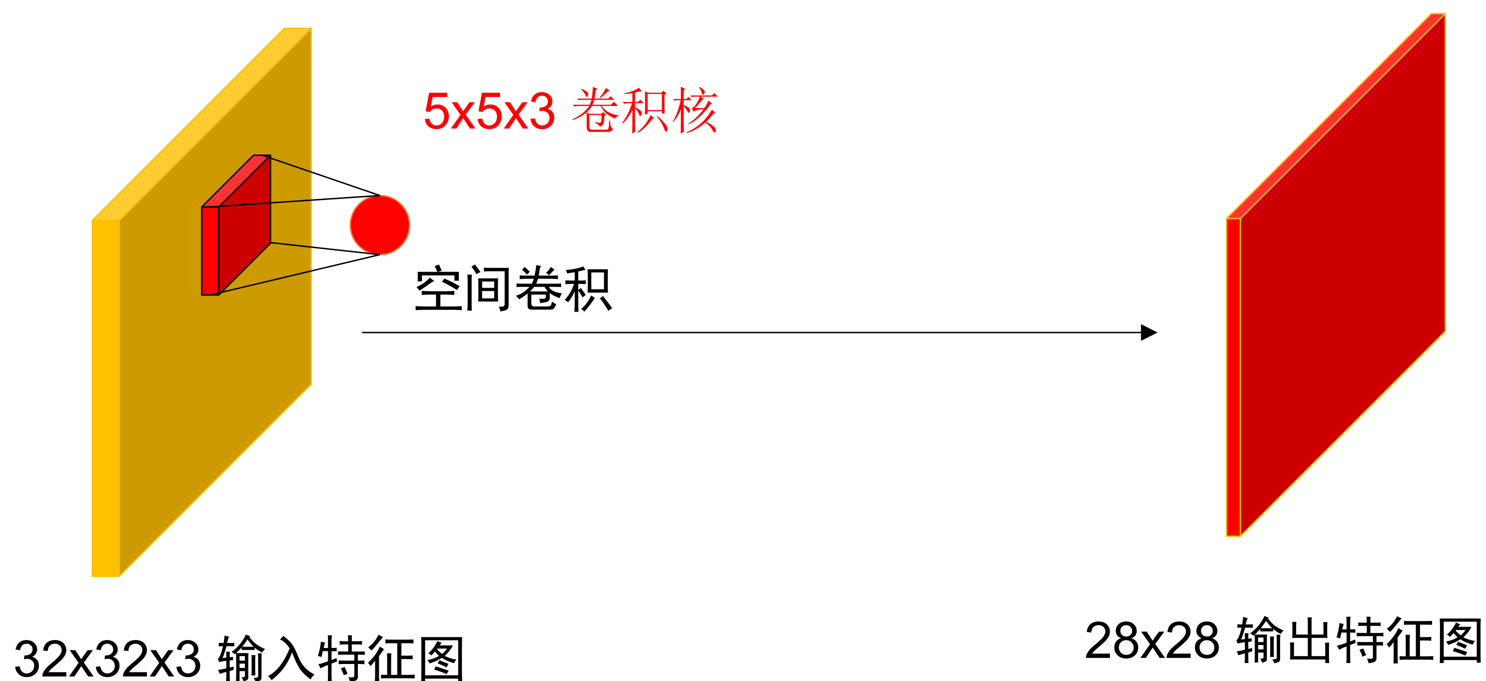
# 卷积

- 另一个 3-D 紫色 卷积核在输入特征图上计算卷积.
- 移动这个紫色卷积核，得到一个输出特征图.



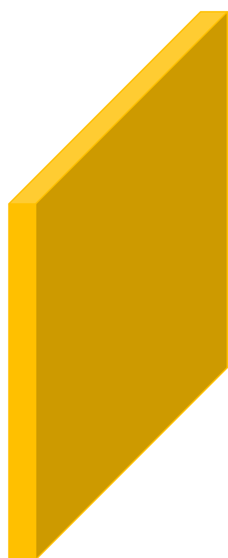
# 卷积

- 另一个 3-D 红色 卷积核在输入特征图上计算卷积.
- 移动这个红色卷积核，得到一个输出特征图.



# 卷积

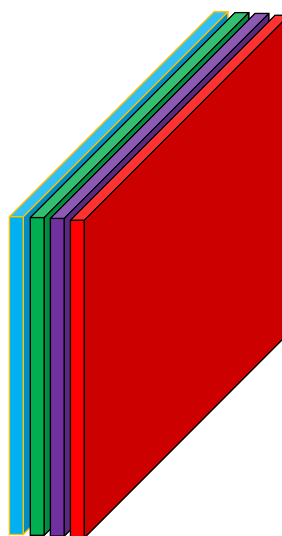
- 这4个 3-D 卷积核堆叠在一起成了一个 4-D 卷积核，形状大小是5x5x3x4.
- 这些输出特征图也串联在一起形成一个 3-D 输出特征图，形状为28x28x4.



32x32x3输入特征图

4D 卷积核

卷积层



28x28x4输出特征图

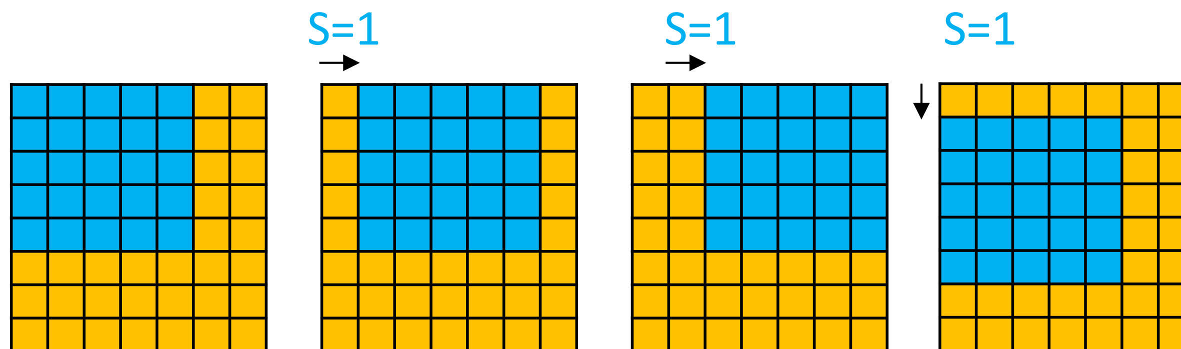
**卷积核形状:**
**(H, W, I, O)<->(5, 5, 3, 4)**

**H**:卷积核高度
**W**: 卷积核宽度
**I**: 卷积操作输入的通道数
**O**: 卷积操作输出的通道数

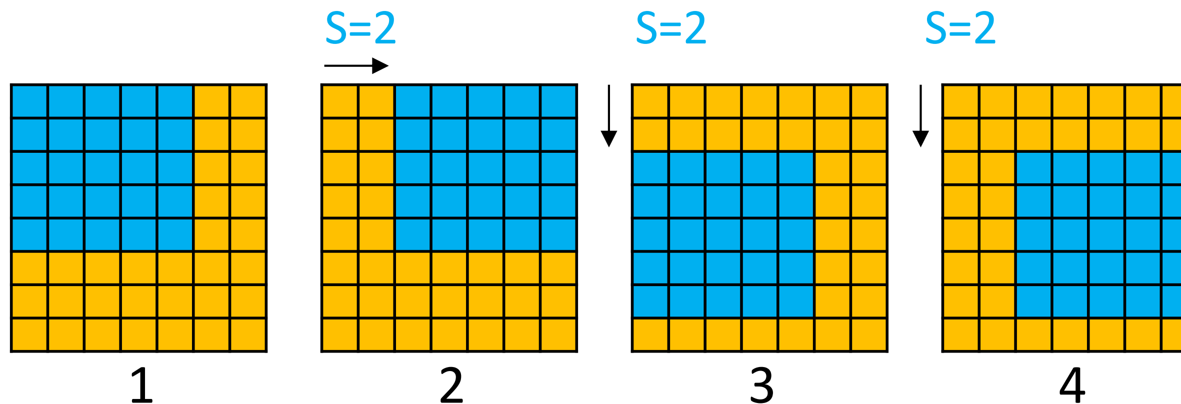
# 卷积核：步长

- 步长控制的是卷积核在输入特征图上的滑动步数。
- 用 S 表示

5x5 卷积
S=1

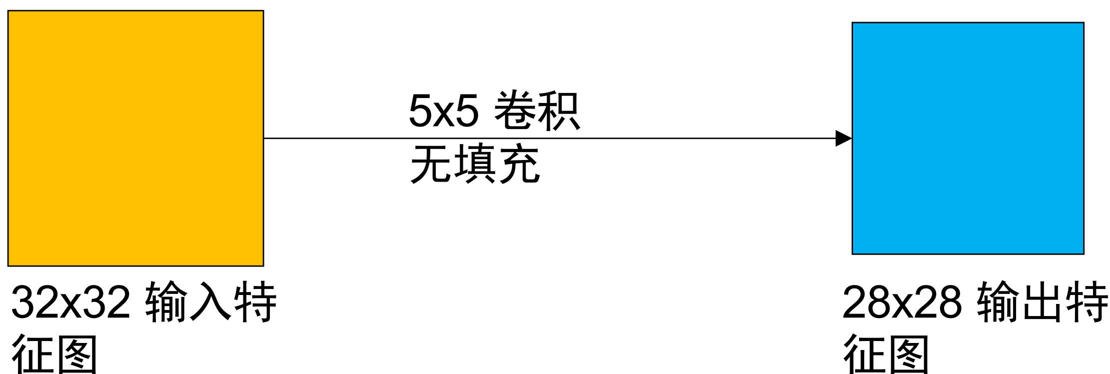



5x5 卷积
S=2



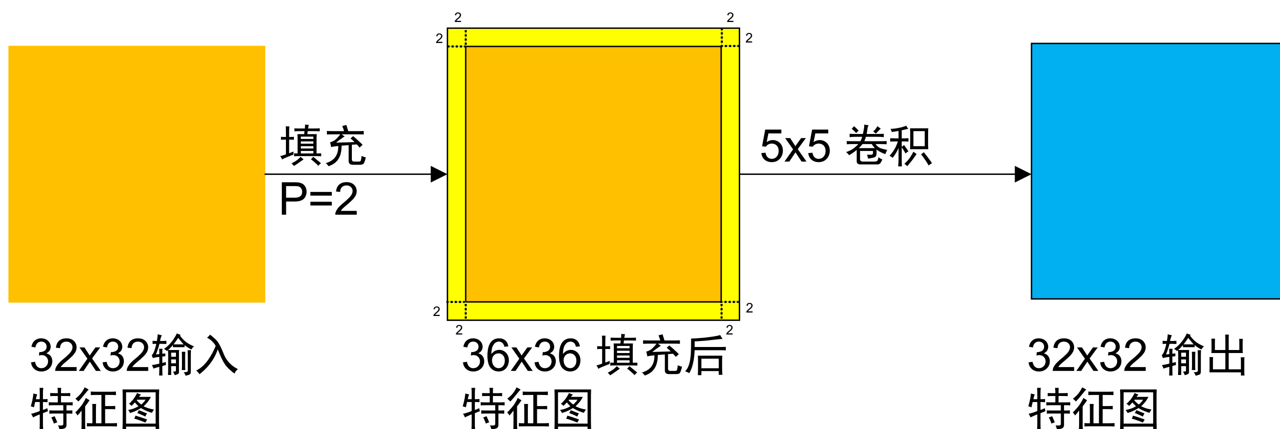
# 卷积层: 填充 Padding

- 填充 避免卷积前后特征图尺寸变化.




零填充是最常用的特征图填充方法.

用 $P$ 表示在四周填充的边长.




对 步长 S=1, 要保持特征图大小不变, 填充值大小为

$$P = \left\lfloor \frac{K-1}{2} \right\rfloor$$

K通常是奇数

# 卷积层: 形状规则

- 输入特征图形状是 $\mathrm{H}_1 \times \mathrm{W}_1 \times C_1$.
- 卷积层的配置为:
  - 卷积核数目：C
  - 卷积核大小：K
  - 卷积步长：S
  - 边填充值： P
- 输出特征图形状是 $H_2 \times W_2 \times C_2$，那么

$$W_2 = \left\lfloor \frac{W_1 - K + 2P}{S} \right\rfloor + 1$$

$$H_2 = \left\lfloor \frac{H_1 - K + 2P}{S} \right\rfloor + 1$$

$$C_2 = C$$

# 卷积层: 形状规则

- 输入特征图形状是 $\mathrm{H}_1 \times \mathrm{W}_1 \times C_1$.
- 卷积层的配置为:
  - 卷积核数目：C
  - 卷积核大小：K
  - 卷积步长：S
  - 边填充值： P

**卷积核：**我们要从输入中学习多少不同的东西。
**步长：**步长越长，输出特征图尺寸越小
**零填充：**控制输出特征图的大小

- 输出特征图形状是 $H_2 \times W_2 \times C_2$，那么

$$W_2 = \left\lfloor \frac{W_1 - K + 2P}{S} \right\rfloor + 1$$

$$H_2 = \left\lfloor \frac{H_1 - K + 2P}{S} \right\rfloor + 1$$

$$C_2 = C$$

# 激活函数

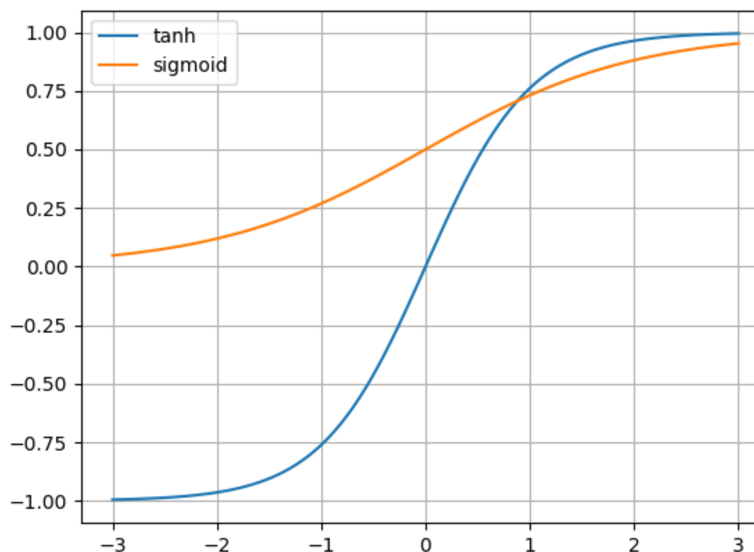
- 卷积层紧跟一个激活函数，实现输入到输出的非线性变化.

**双曲正切(tanh)**

$$\tanh(z) = \frac{e^{2z} - 1}{e^{2z} + 1}$$

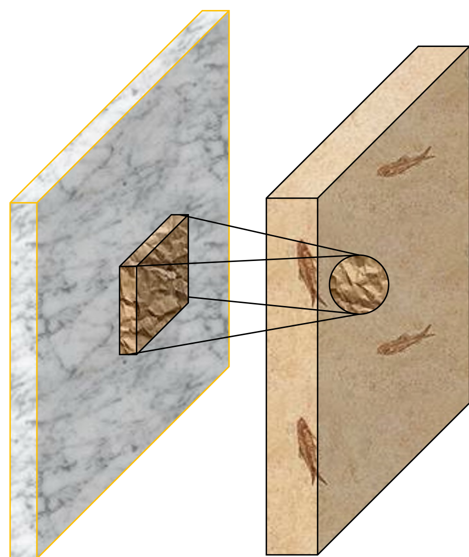
**Softmax**

$$\mathrm{softmax}(z) = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^{k} e^{z_j}}$$



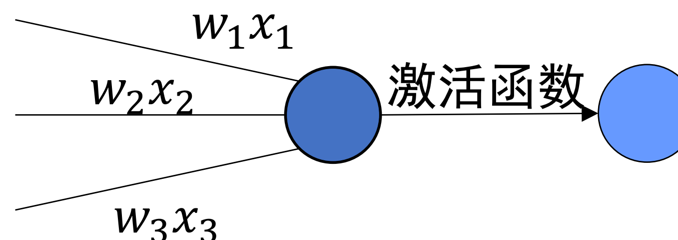

关于激活函数更多的内容将在下一节介绍

# 权重共享




- 每个输出神经元只和部分输入神经元用卷积核相连接；
- 这意味着卷积层的权重 (卷积核) 在输出的神经元之间是共享的.
- 每张输出特征图里的神经元共享相同的卷积核。

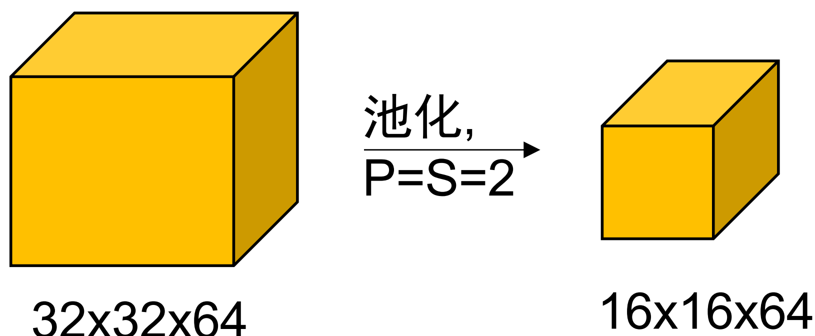
- 卷积操作有304个权重参数.
- 如果是全连接层, 我们需要9.63M权重参数.
- 所以, 卷积操作大幅减少了权重参数量




304=5x5x3x4(卷积核权重)+4(偏差)
9.63M=32x32x3x28x28x4(卷积核权重)+4(偏差)

# Pooling 池化/汇聚

- 池化：下采样 输入特征来提取特征




池化尺寸大小 (P)
根据池化规则在指定区域下采样特征.

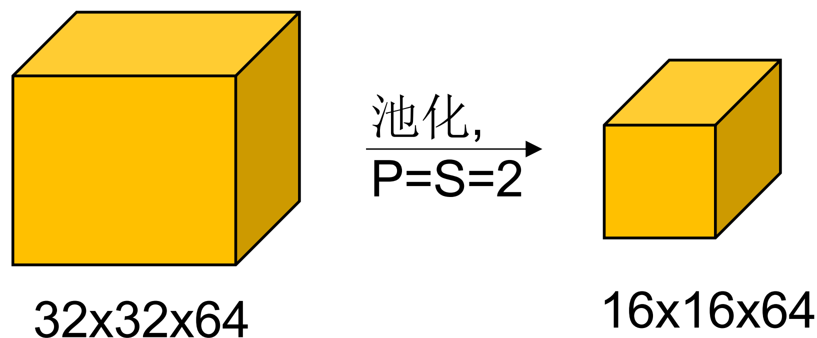
步长 (S)
池化区域滑动的步数

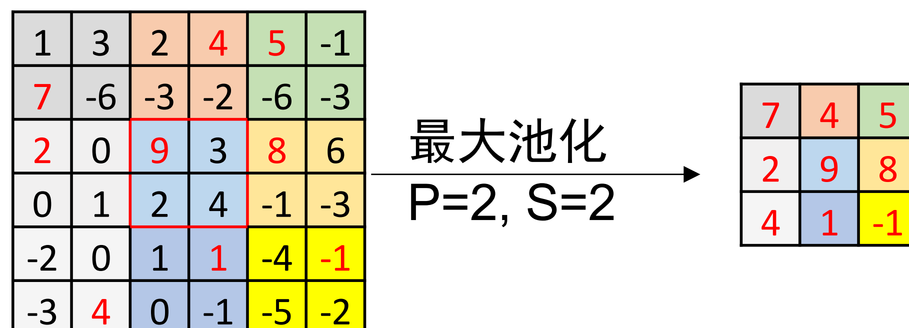
通常, 池化层里池化尺寸大小与步长大小相同

Note:
池化的执行不在通道上执行

# 最大池化

- 最大池化: 选择池化区域下最大值




池化尺寸大小 (P)
根据池化规则在指定区域下采样特征.

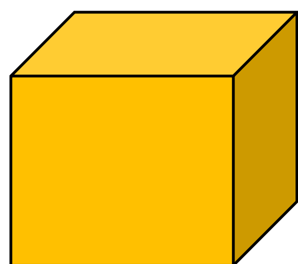
步长 (S)
池化区域滑动的步数

通常, 池化层里池化尺寸大小与步长大小相同

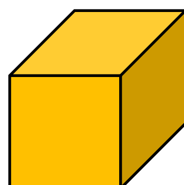
池化是沿着特征尺寸的长/宽执行，不会改变深度

# 平均池化

- 平均池化: 平均当前区域下的特征值.



池化,
P=S=2



32x32x64

16x16x64

与最大池化类似，把求最大值改成求平均值.

| 1 | 3 | 2 | 4 | 5 | -1 |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | -6 | -3 | -2 | -6 | -3 |
| 2 | 0 | 9 | 3 | 8 | 6 |
| 0 | 1 | 2 | 4 | -1 | -3 |
| -2 | 0 | 1 | 1 | -4 | -1 |
| -3 | 4 | 0 | -1 | -5 | -2 |

平均池化
P=2, S=2

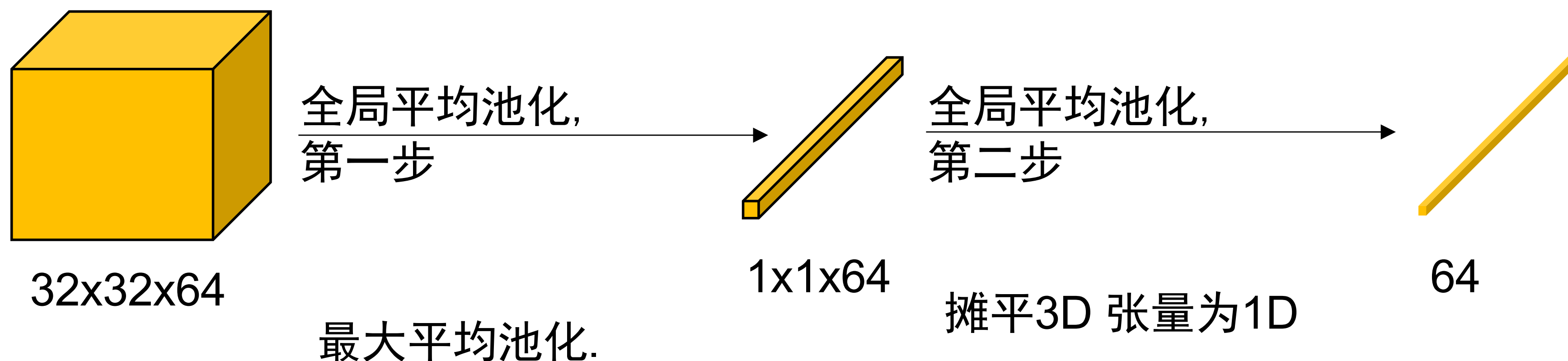
| 1.25 | 0.25 | -1.25 |
|---|---|---|
| 0.75 | 4.50 | 2.50 |
| -0.25 | 0.25 | -3.00 |

平均池化会需要额外的计算

((-2)+(-3)+0+4)/4=-0.25

# 全局平均池化

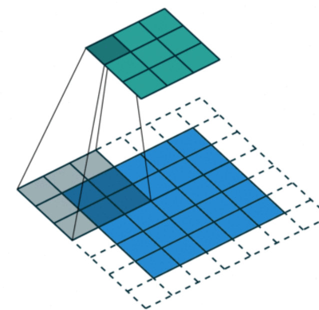
- 池化所有的空间维度的元素，得到一个摊平的张量.




| 1 | 3 | 2 | 4 | 5 | -1 |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | -6 | -3 | -2 | -6 | -3 |
| 2 | 0 | 9 | 3 | 8 | 6 |
| 0 | 1 | 2 | 4 | -1 | -3 |
| -2 | 0 | 1 | 1 | -4 | -1 |
| -3 | 4 | 0 | -1 | -5 | -2 |

全局平均池化 → 0.56

# Pytorch 实现



- 卷积

```
nn.Conv2d(in_channels, out_channels, kernel_size, stride=1, padding=0,…)
```

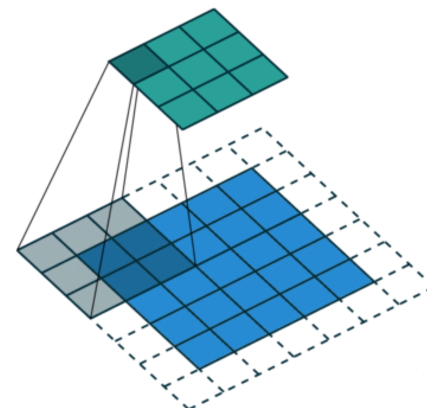
- 参数取值：
  - stride: 整型int；元组tuple,元组第一个元素是纵向步长值，第二个元素是横向步长值；不指定（默认1）
  - padding:整型int；元组tuple,元组第一个元素是纵向步长值，第二个元素是横向步长值；字符串str，‘valid’或‘same’，‘valid’表示0，‘same’表示输出与输入形状一样；不指定（默认0）

  输入形状$(N,C_{in},H,W)$, 输出形状$(N,C_{out},H_{out},W_{out})$

$$\text{out}(N_i, C_{\text{out}_j}) = \text{bias}(C_{\text{out}_j}) + \sum_{k=0}^{C_{\text{in}}-1} \text{weight}(C_{\text{out}_j}, k) \star \text{input}(N_i, k)$$

# Pytorch 实现

- 卷积



```
import torch.nn as nn
# Conv 2D function
# With square kernels and equal stride
m1 = nn.Conv2d(16, 33, 3, stride=2)
# non-square kernels and unequal stride and with padding
m2 = nn.Conv2d(16, 33, (3, 5), stride=(2, 1), padding=(4, 2))

in_value = torch.randn(20, 16, 50, 100) # N=20, Cin=16, H=50, W=100
out1 = m1(in_value)
out2 = m2(in_value)


print(out1.shape, out2.shape)
print(out1.equal(out2))
```

$$H_{out} = \left\lfloor \frac{H_{in} + 2 \times P \times (K[0] - 1) - 1}{S[0]} + 1 \right\rfloor$$

$$W_{out} = \left\lfloor \frac{W_{in} + 2 \times P \times (K[1] - 1) - 1}{S[1]} + 1 \right\rfloor$$

# Pytorch 实现

- 激活函数

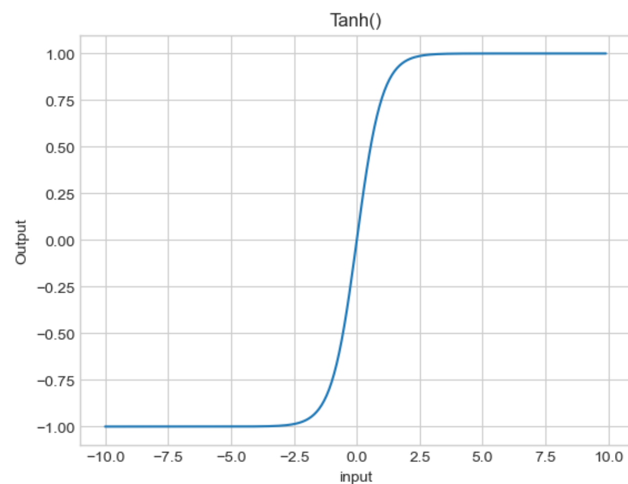
  torch.nn.Tanh(input)

- 参数取值：
- input: Pytorch Tensor

$$\text{Tanh}(x) = \tanh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)}$$

```python
#Non-linear Function
m = nn.Tanh()
in_x = torch.arange(-10,10,0.1)
out_y = m(in_x)
```

```python
import matplotlib.pyplot as plt
plt.style.use('seaborn-whitegrid')
fig = plt.plot(in_x,out_y)
plt.xlabel("input") # x 轴标签
plt.ylabel("Output") # y 轴标签
plt.title("Tanh()") #
plt.show()
```



# Pytorch 实现

- 激活函数

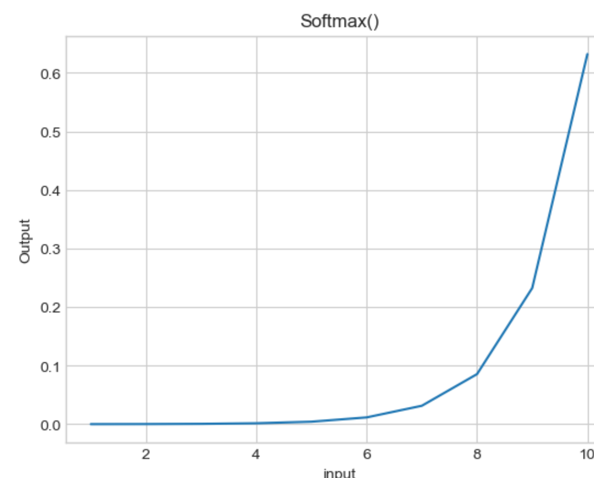
`torch.nn.Softmax(dim=None,…)`

- 参数取值：
- dim:整型int, 指定需要计算的维度

$$\mathrm{Softmax}(x_i) = \frac{\exp(x_i)}{\sum_j \exp(x_j)}$$

```
#Non-linear Function
m = nn.Softmax()
in_x = torch.arange(1.,11.)
out_y = m(in_x)
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.style.use('seaborn-whitegrid')
fig = plt.plot(in_x,out_y)
plt.xlabel("input") # x 轴标签
plt.ylabel("Output") # y 轴标签
plt.title(”Softmax()") #
plt.show()
```



# Pytorch 实现

- 池化函数-最大池化

```
nn.MaxPool2d(kernel_size, stride=None, padding=0, …)
```

- 参数取值
  - kernel_size: 窗口大小，整型int；元组tuple, 第一个元素是纵向大小，第二个元素是横向大小
  - stride: 窗口步长，默认与kernel_size相同
  - padding: 两边的补零

$$out(N_i, C_j, h, w) = \max_{m=0,\ldots,kH-1} \max_{n=0,\ldots,kW-1} \text{input}(N_i, C_j, \text{stride}[0] \times h + m, \text{stride}[1] \times w + n)$$

# Pytorch 实现

- 池化函数-最大池化

```
nn.MaxPool2d(kernel_size, stride=None, padding=0, …)
```

```
import torch.nn as nn
#Pooling Function
# pool of square window of size=3, stride=2
m1 = nn.MaxPool2d(3, stride=2)
# pool of non-square window
m2 = nn.MaxPool2d((3, 2), stride=(2, 1))

in_x = torch.randn(20, 16, 50, 32) # N=20, C=16, H=50, W=32
out_y1 = m1(in_x)
out_y2 = m2(in_x)


print(out_y11.shape, out_y2.shape)
print(out_y1.equal(out_y2))
```

$$H_{out} = \left\lfloor \frac{H_{in} + 2 \times P - K[0]}{S[0]} + 1 \right\rfloor$$

$$W_{out} = \left\lfloor \frac{W_{in} + 2 \times P - K[1]}{S[1]} + 1 \right\rfloor$$

# Pytorch 实现

- 池化函数-平均池化

```
nn.AvgPool2d(kernel_size, stride=None, padding=0, …)
```

- 参数取值
  - kernel_size: 窗口大小，整型int；元组tuple, 第一个元素是纵向大小，第二个元素是横向大小
  - stride: 窗口步长，默认与kernel_size相同
  - padding: 两边的补零

$$out(N_i, C_j, h, w) = \frac{1}{kH * kW} \sum_{m=0}^{kH-1} \sum_{n=0}^{kW-1} input(N_i, C_j, stride[0] \times h + m, stride[1] \times w + n)$$

# Pytorch 实现

- 池化函数-平均池化

```
nn.AvgPool2d(kernel_size, stride=None, padding=0, …)
```

```
import torch.nn as nn
#Pooling Function
# pool of square window of size=3, stride=2
m1 = nn.AvgPool2d(3, stride=2)
# pool of non-square window
m2 = nn.AvgPool2d((3, 2), stride=(2, 1))

in_x = torch.randn(20, 16, 50, 32) # N=20, C=16, H=50, W=32
out_y1 = m1(in_x)
out_y2 = m2(in_x)

print(out_y11.shape, out_y2.shape)
print(out_y1.equal(out_y2))
```

$$H_{out} = \left\lfloor \frac{H_{in} + 2\times P - K[0] - 1}{S[0]} + 1 \right\rfloor$$

$$W_{out} = \left\lfloor \frac{W_{in} + 2\times P - K[1] - 1}{S[1]} + 1 \right\rfloor$$

# Pytorch 实现

- 池化函数-全局平均池化

```
nn.AdaptiveAvgPool2d(output_size, return_indices=False)
```

- 参数取值
  - output_size: 整型int；元组tuple, 第一个元素是纵向大小，第二个元素是横向大小

```
import torch.nn as nn
#Pooling Function
# pool of square window of size=3, stride=2

m1 = nn.AdaptiveAvgPool2d(1)
m2 = nn.Flatten()
in_x = torch.randn(20, 16, 50, 50) # N=20, C=16, H=50, W=50
out_y1 = m1(in_x)
out_y2 = m2(out_y1)
```

# Pytorch 实现

- 池化函数-全局平均池化

```
nn.AdaptiveAvgPool2d(output_size, return_indices=False)
```

- 参数取值
  - output_size: 整型int；元组tuple, 第一个元素是纵向大小，第二个元素是横向大小

```
#Global Avg pooling
class GlobalAvgPooling(nn.Module):
    def __init__(self, kernel_size):
        super().__init__()
        self.layer = nn.Sequential(
        nn.AvgPool2d(kernel_size),
        nn.Flatten())

    def forward(self, x):
        kernel_size = x.shape[-1]
        output = self.layer(x)
        return output
```

```
layer = GlobalAvgPooling(in_x.size()[-1])
```

# 现在，我们已经有了

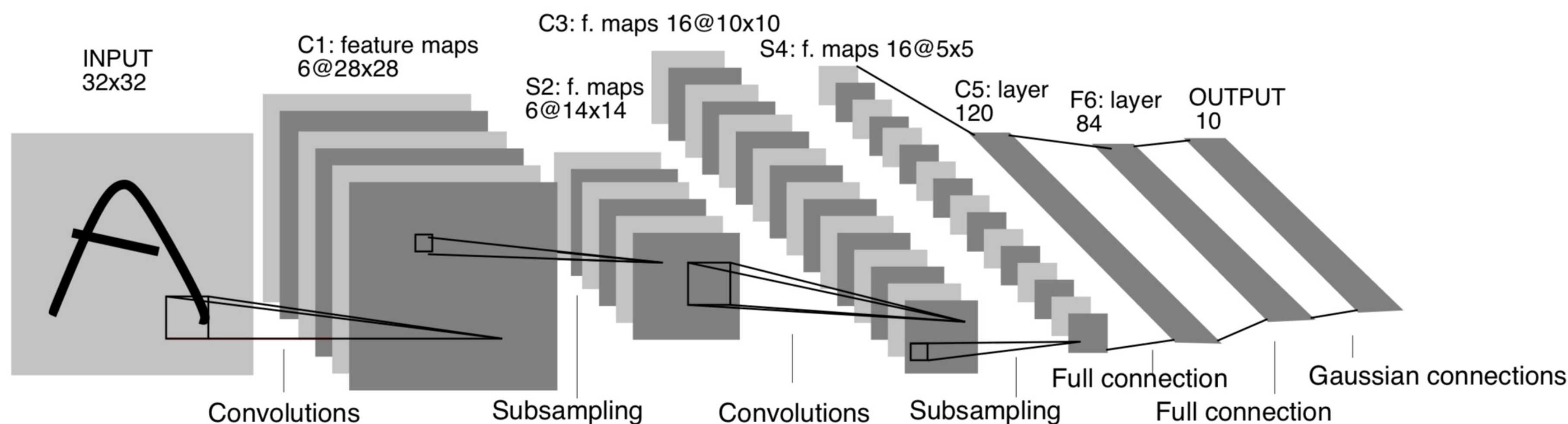
- 卷积
  - 局部连接，参数量减少
  - 不同的特征
- 池化
  - 平移不变性

- 如何形成网络？

# LeNet-5

- 例子: LeNet-5 用来MNIST 手写字符分类

  10,000个示例的测试集，仅有82个识别错误




LeNet 结构:

卷积-最大池化-卷积-最大池化-全连接-全连接-分类

CONV-POOL-CONV-POOL-FC-FC-SOFTMAX

# LeNet-5

- LeNet-5 结构

Q: 第一层卷积的输出大小?

| | |
|---|---|
| INPUT | 32x32 |
| CONV,6 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| CONV,16 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| FC,120 | 双曲正切激活 |
| FC,84 | 双曲正切激活 |
| FC,10 | Softmax 激活 |

# LeNet-5

- LeNet-5 结构

Q: 第一层卷积的输出大小?

A:

特征图的大小: 32-5+1=28

深度: 6

输出大小: 28x28x6

# LeNet-5

- LeNet-5 结构

Q: 第一层卷积的输出大小?

A:

28x28x6

Q: 第一层池化后的输出大小?

# LeNet-5

- LeNet-5 结构

Q: 第一层卷积的输出大小?
A:
28x28x6

Q: 第一层池化后的输出大小?
A:
池化只是在长、宽应用，深度不变
长度/宽度: 28/2=14
输出大小: 14x14x6

# LeNet-5

- LeNet-5 结构

| | |
|---|---|
| INPUT | 32x32 |
| CONV,6 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| CONV,16 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| FC,120 | 双曲正切激活 |
| FC,84 | 双曲正切激活 |
| FC,10 | Softmax 激活 |

Q: 第一层卷积的输出大小?
A:
28x28x6

Q: 第一层池化后的输出大小?
A:
14x14x6

Q: 第一个全连接层参数数量?

# LeNet-5

- LeNet-5 结构

| | |
|---|---|
| INPUT | 32x32 |
| CONV,6 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| CONV,16 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| FC,120 | 双曲正切激活 |
| FC,84 | 双曲正切激活 |
| FC,10 | Softmax 激活 |

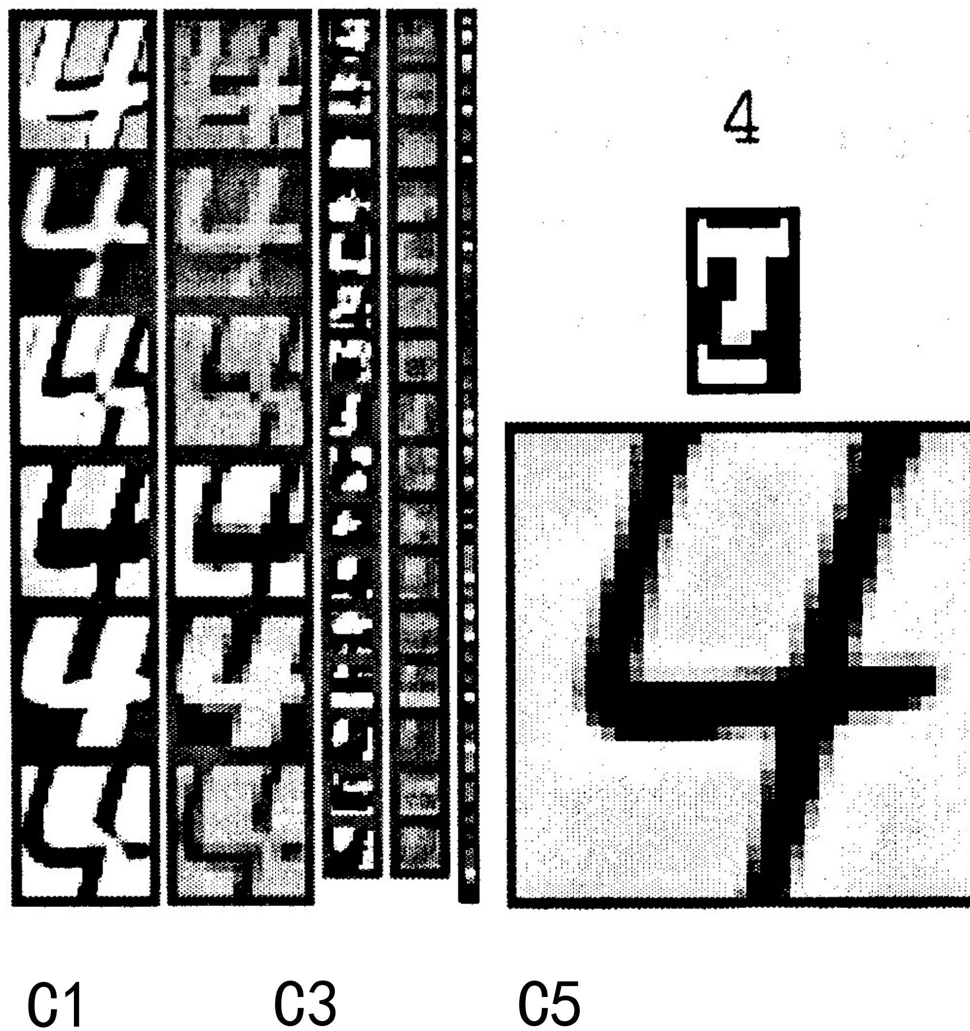
Q: 第一层卷积输入大小?
A:
28x28x6

Q: 第一层池化后的输出大小?
A:
14x14x6

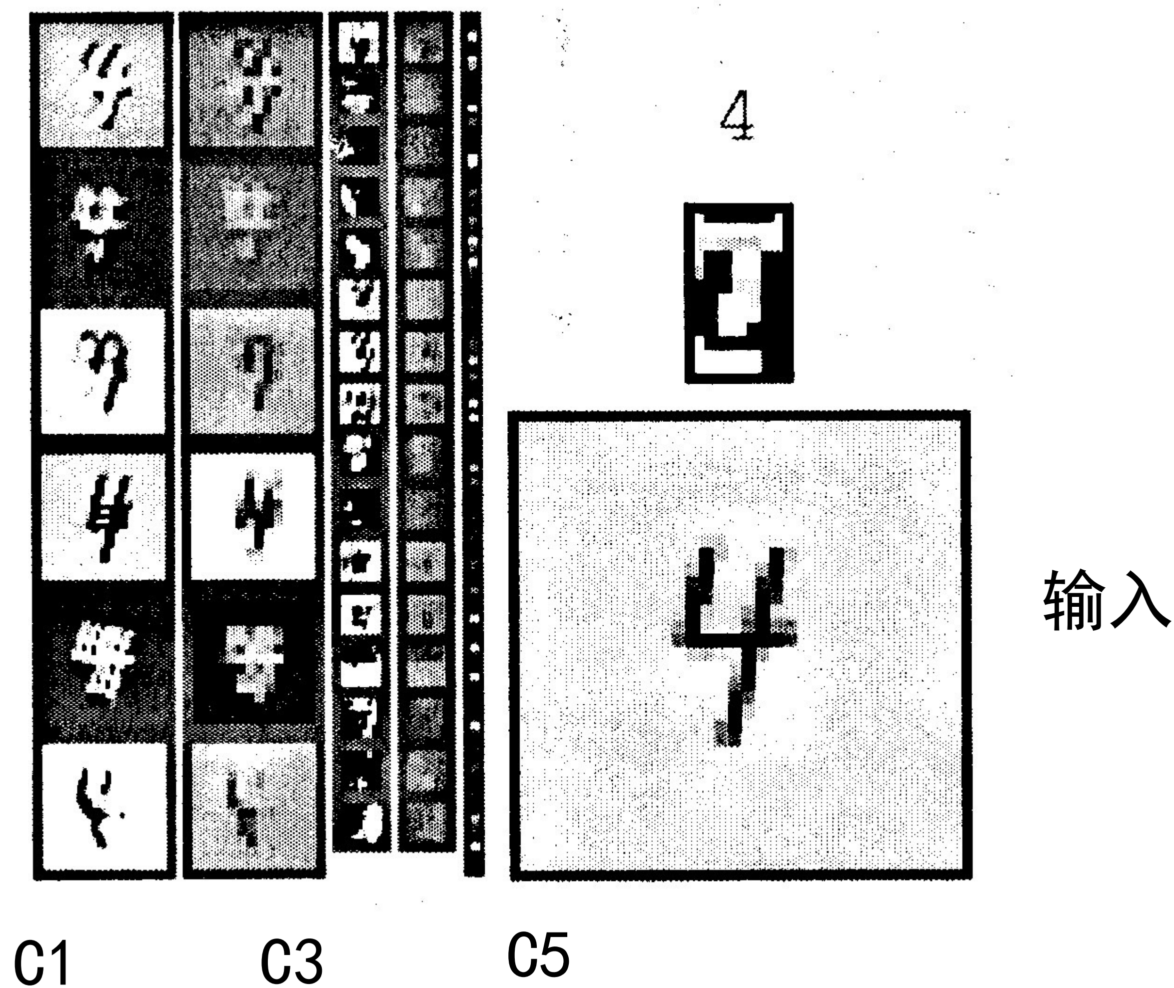
Q: 第一个全连接层参数数量?
第二层池化的输出大小是(14-5+1)/2=5.
深度是 16
所以第一层全连接层的参数总数是5x5x16x120+120=48120

```python
import torch
import torch.nn as nn
import torch.nn.functional as F

class Simple_CNN(nn.Module):

    def __init__(self):
        super().__init__()
        # 1 input image channel, 6 output channels, 5x5 square convolution
        # kernel
        self.conv1 = nn.Conv2d(1, 6, 5)
        self.conv2 = nn.Conv2d(6, 16, 5)
        # an affine operation: y = Wx + b
        self.fc1 = nn.Linear(16 * 5 * 5, 120)  # 5*5 from image dimension
        self.fc2 = nn.Linear(120, 84)
        self.fc3 = nn.Linear(84, 10)

    def forward(self, x):
        # Max pooling over a (2, 2) window
        x = F.max_pool2d(F.tanh(self.conv1(x)), (2, 2))
        # If the size is a square, you can specify with a single number
        x = F.max_pool2d(F.tanh(self.conv2(x)), 2)
        x = torch.flatten(x, 1) # flatten all dimensions except the batch dimension
        x = F.tanh(self.fc1(x))
        x = F.tanh(self.fc2(x))
        x = self.fc3(x)
        return x
```

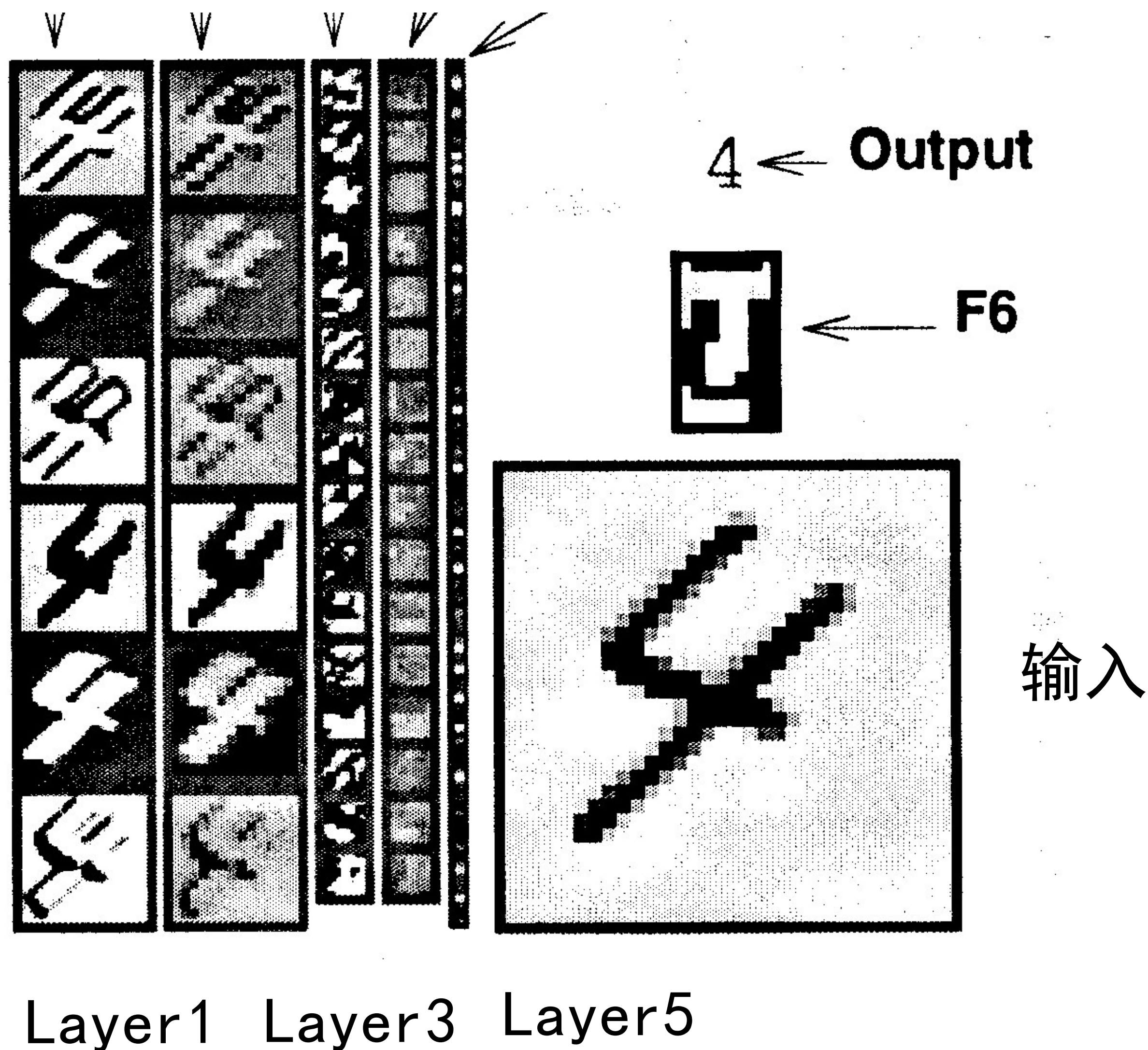
# LeNet-5: 识别结果



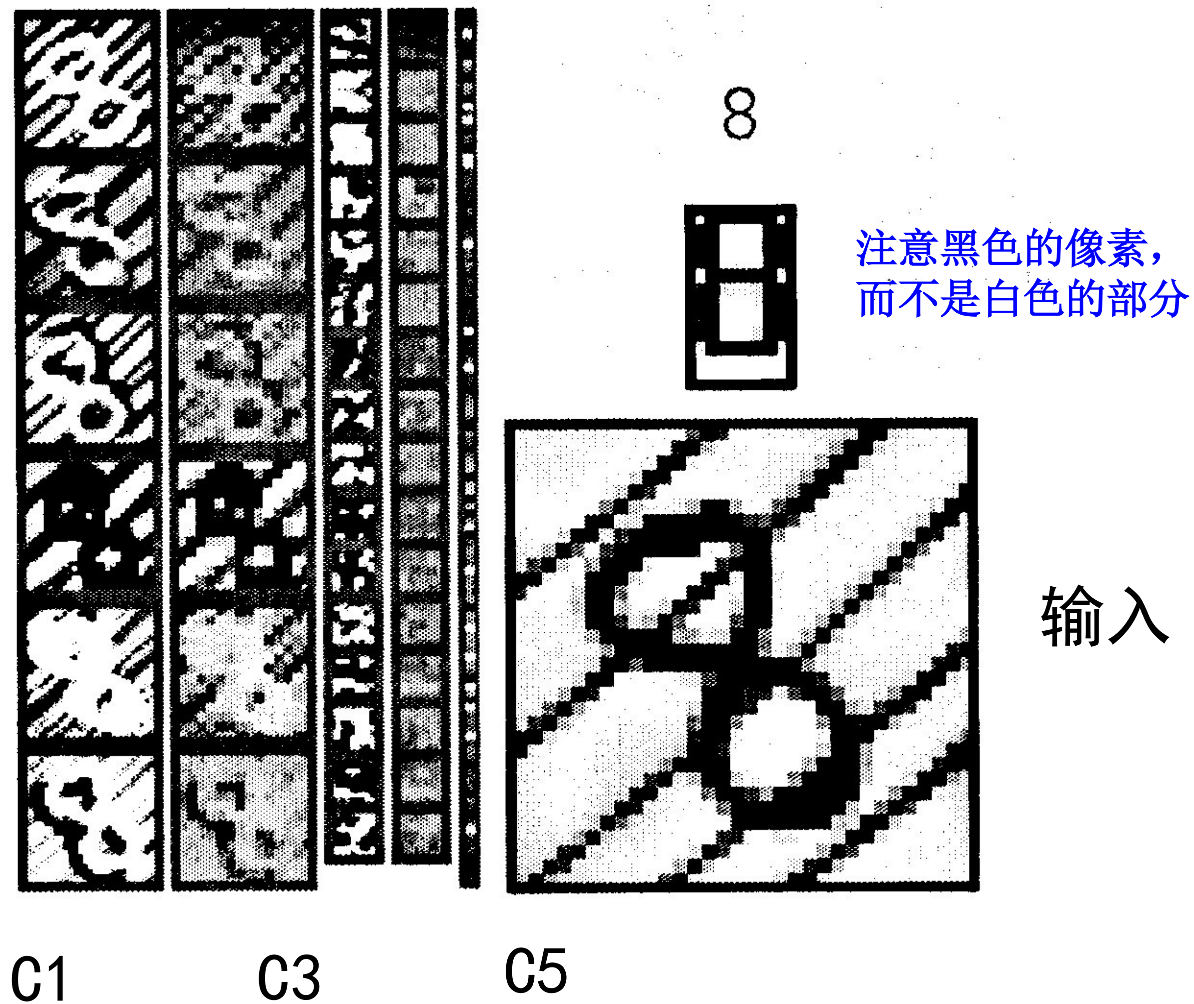
# LeNet-5: 识别结果



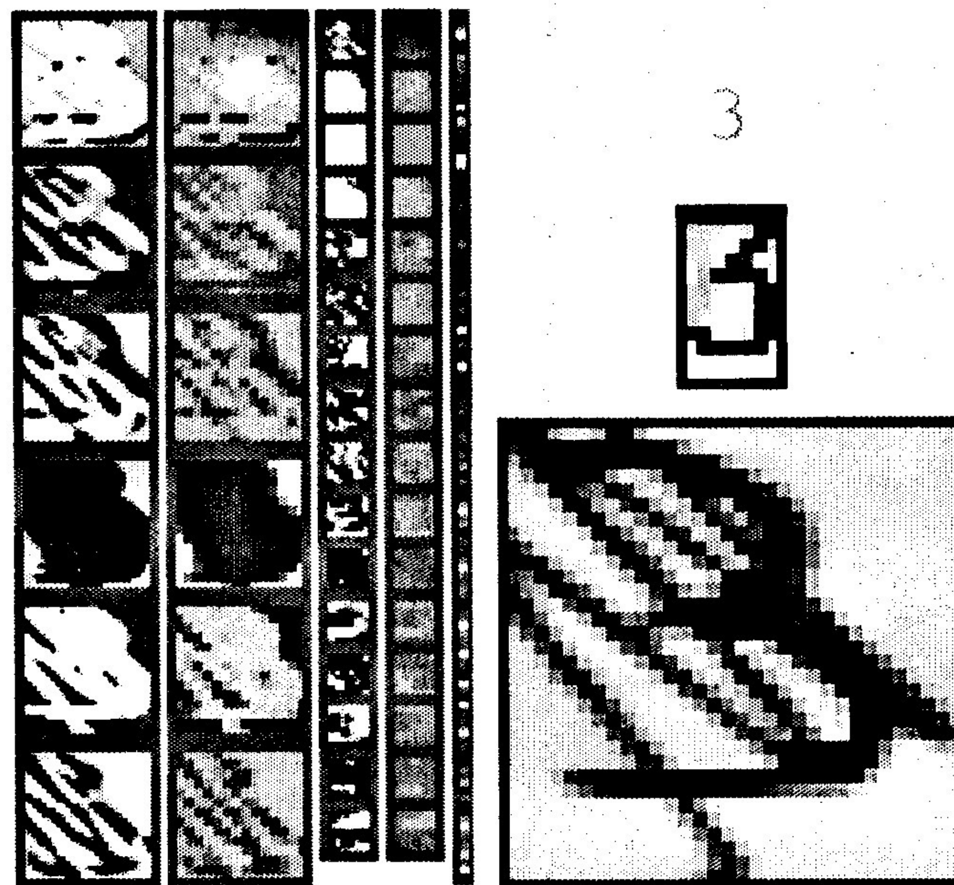
# LeNet-5: 识别结果



# LeNet-5: 识别结果



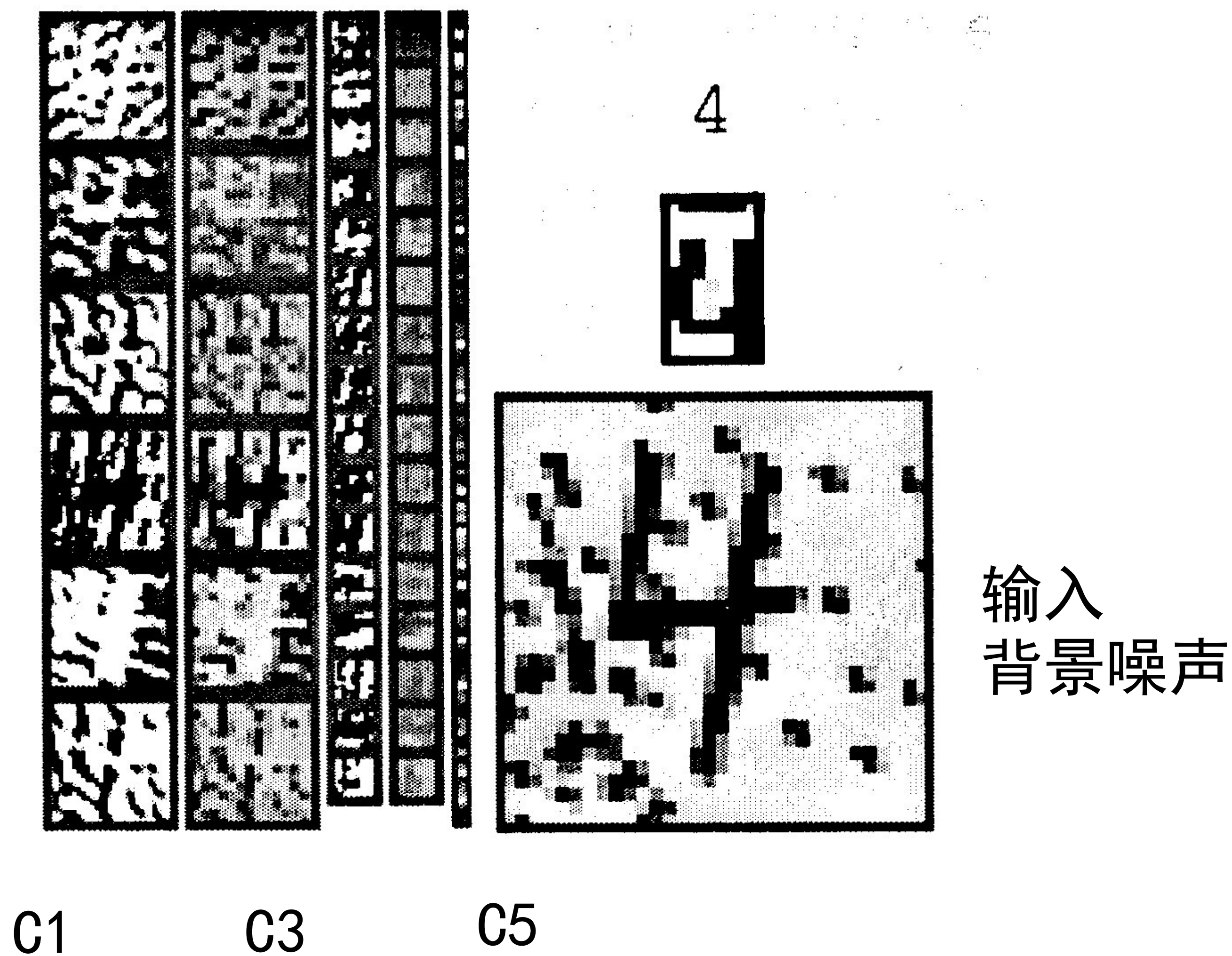
# LeNet-5: 识别结果




输入
背景噪声

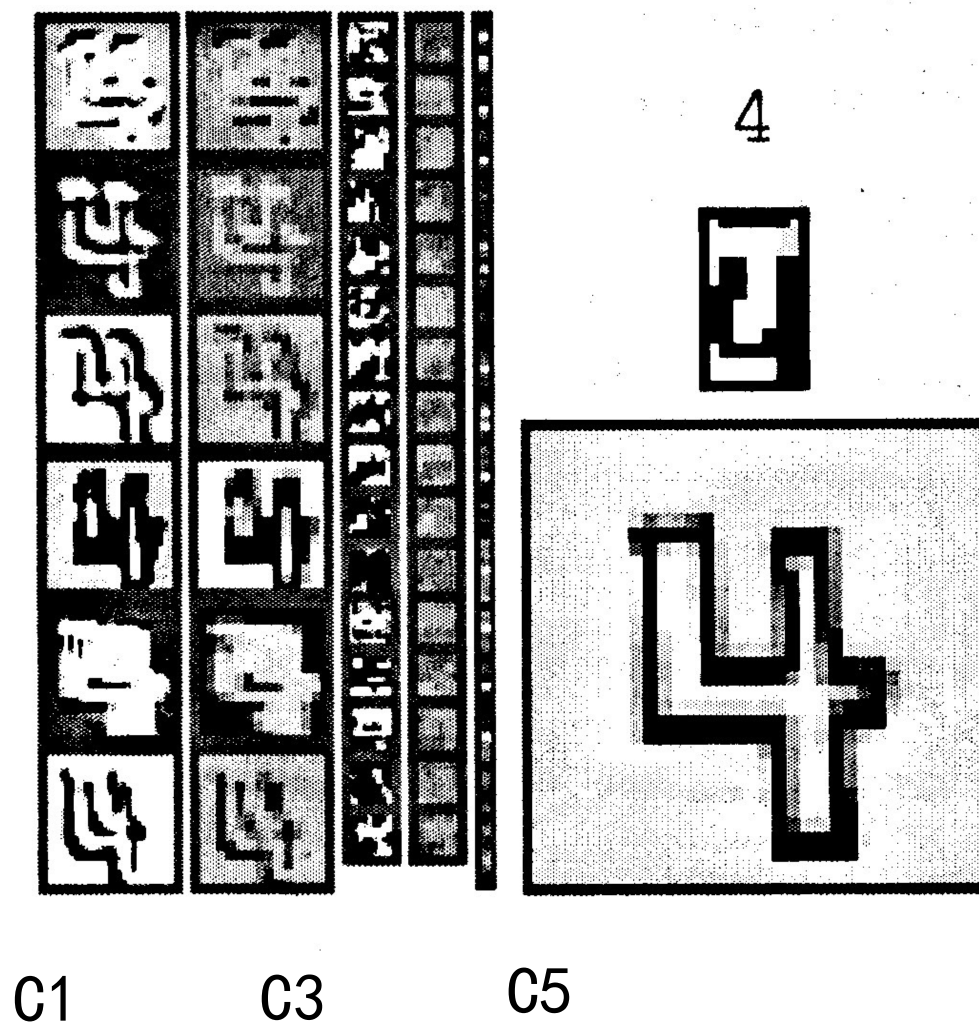
Layer1 Layer3 Layer5

# LeNet-5: 识别结果




Source of Images: Adapted from *Prof. Geoffrey E. Hinton's course material*

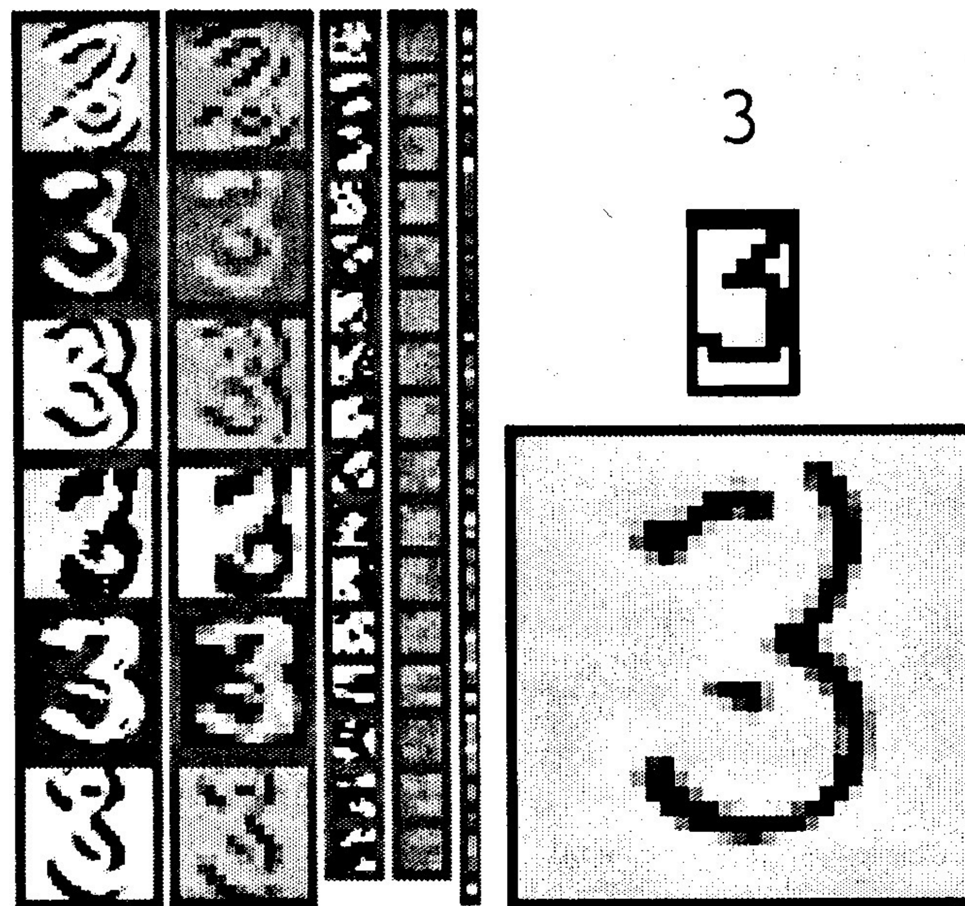
# LeNet-5: 识别结果




输入
特殊形状输入

Source of Images: Adapted from *Prof. Geoffrey E. Hinton's course material*

# LeNet-5: 识别结果

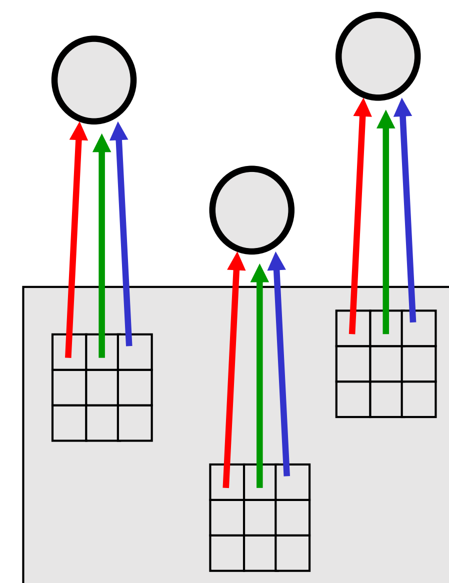



Source of Images: Adapted from *Prof. Geoffrey E. Hinton's course material*

# 卷积

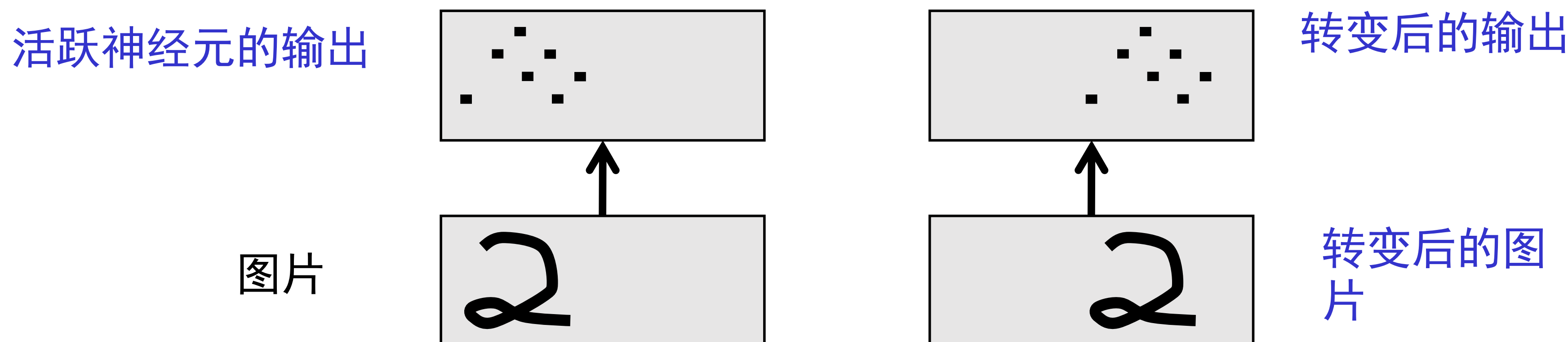
- 在不同位置都用了相同的卷积核(滤波器)
  - 在不同的位置和方向上进行重复的特征提取 (计算量大)
  - 相同的卷积核极大地减少了要学习的参数的数量.
- 用了不同类型的卷积核
  - 用于提取不同的特征.
  - 图片中的每一块能表达出不同的信息。

相同颜色的连接表示同样的权重



# 卷积核重复的意义

- 等变化的行为（Equivariant activities）：重复的特征并不会使神经元的行为不变，而是使神经元的行为发生等同的变化。

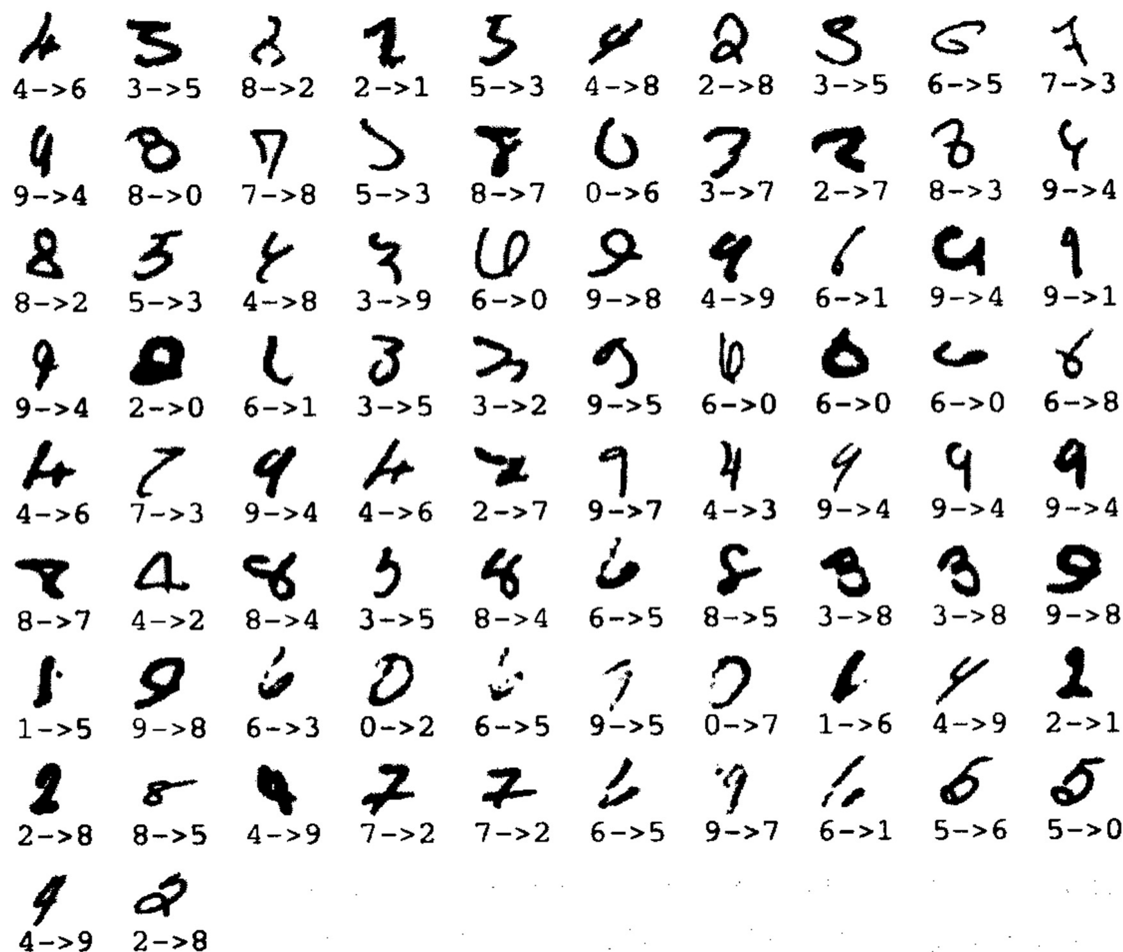



- 知识的不变性（knowledge invariant）：如果在训练过程中某个特征在某些位置有用，则该特征的卷积核将在测试过程中的所有位置可用。因为变换不会对其产生影响。

# 池化层的输出

- 通过对相邻的相同卷积核的输出求平均/Max，得到单个输出传给下一个层，可以在每个层获得近似的平移不变性。
  - 这样减少了下一层的输入，我们可以有更多不同的特征图
  - 最大池化的效果会更好。
- 问题: 经过多个层的池化后，我们丢失了有关事物精确位置的信息.
  - 这使得在更高层的时候，无法对空间关系进行精确识别

# LeNet的82个错误




请注意，大多数错误都是人们认为很容易出现的情况。

# 其他改进的方法

- LeNet 利用了以下的原则来保证知识的不变性:
  - 本地连接
  - 权重共享
  - 池化.
- 通对输入图片进行变化以及其他的一些技巧错误能够减少到40个。 (Ranzato 2008)
- Ciresan *et. al.* (2010) 通过创建大量精心设计的额外训练数据来注入不变性知识:
  - 对于每张训练图像，他们通过应用许多不同的变换产生许多新的训练图片.
  - 然后，他们可以在 GPU 上训练一个大而深的网络。
- 他们取得了35个错误.

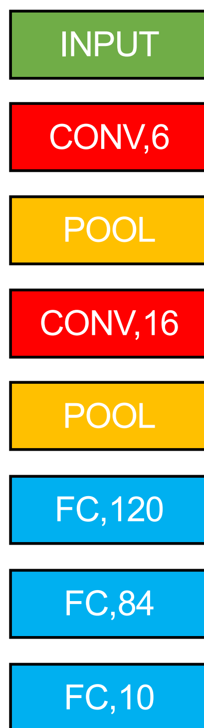
# CNN 设计原则

## LeNet-5 带来的启发

| 层 | 说明 |
| --- | --- |
| INPUT | 32x32 |
| CONV,6 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| CONV,16 | 5x5 卷积核, 无填充, 双曲正切激活 |
| POOL | 2x2 步长 & 池化大小 |
| FC,120 | 双曲正切激活 |
| FC,84 | 双曲正切激活 |
| FC,10 | Softmax 激活 |

# CNN 设计原则

## LeNet-5的启发




三种基本的层: 卷积, 池化层 和全连接层.

- 卷积层：用于提取平面特征，计算输入的局部域与卷积核对应的输入。
- 池化：执行平面空间上的下采样的操作.
- 全连接层：负责计算分类结果.

## 如何设计神经网络

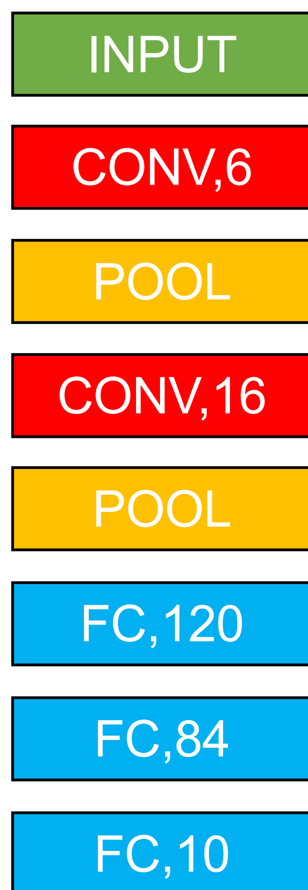
若干卷积-非线性激活层堆叠起来，接上池化层，直到输入特征图大小很小。 然后, 全连接层用于产生分类结果。

典型设计: ((CONV)*N-POOL)*M-(FC)*K-SOFTMAX

M,N,K 常数

# CNN 设计原则

## LeNet-5的启发




- 不要用超过3层的FC层。FC 不擅长发现层次化特征, 堆FC层对提高网络性能没有帮助.
- 相反, 堆卷积层对提升性能帮助很大。随卷积层数目增多感受野区域会增大. 堆 3-4 层卷积之后跟池化就有可能取得非常好的结果. (但是堆得太多，参数的学习变得非常困难。)

# 这节课，我们学习了，

- 卷积神经网络
  - 在3D图像上计算卷积
  - 感受野&共享权重连接.
  - 下采样模块
- 图像识别应用
  - 手写字符识别: LeNet-5
  - CNN特征图的可视化
- 基本的CNN设计理念
  - 堆卷积层而不是全连接层.
  - 典型的一个设计原则是:

    ((CONV)*N-POOL)*M-(FC)*K-SOFTMAX